1.

a) Die Funktion ist eine nach unten geöffnete Parabel mit den Nullstellen k und 2k. Der Hochpunkt ist der Scheitel, dessen x-Wert in der Mitte der Nullstellen liegt $S\left(\frac{3}{2}k|\frac{1}{4}k^2\right)$

b) $y(x)=\frac{x^2}{9}$

c) $y'_{(k=2)}(x=2)=2$ ; arctan(2)=63,35°=63°

d) $-\int_k^{2k}(x^2-3kx+2k^2)dx=\frac{k^3}{6}=36$ : k=6

e) $\frac{d}{dk}f_k(x_0)=-4k+3x_0;\quad k=3\frac{x_0}{4};\quad \frac{d^2}{dk^2}f_k(x_0)=-4<0$ :Maximum

2. $z_1=3+4i;\ z_2=5+12i$

a) Von $z_1$ nach $z_2$ geht es 2 nach rechts und 8 nach oben. Der Normalenvektor dazu geht 8 nach links und 2 nach oben. Mit ihm gelangt man zu $z_3=-3+14i$ und $z_4=-5+6i$.

b)

$$sz_1+tz_2=27+76i$$
$$3s+5t+i(4s+12t)=27+76i$$
$$I.\ 3s+5t=27$$
$$II.\ 4s+12t=76$$
$$s=\frac{-7}{2};t=\frac{15}{2}$$

c) Siehe a) : $D^2=2^2+8^2$, also $D=\sqrt{(68)}=2\sqrt{(17)}$ und damit $r=\sqrt{17}$. Der Mittelpunkt liegt in der Mitte von $z_1$ und $z_2$ : $z_M=\frac{z_1+z_2}{2}=4+8i$

d) $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{\overline{z_1}}=\frac{\overline{z_1}-z_1}{z_1\overline{z_1}}=\frac{-8i}{3^2+4^2}=-\frac{8}{25}i$

e)

$$z_2=z_0z_1$$
$$z_0=\frac{z_2}{z_1}=\frac{1}{25}(63+16i)$$
$$f(z)=z_0z$$

3. A(1/3/2), B(2/1/4), C(1/1/6)

a) $A_{ABC}=\frac{1}{2}|\vec{AB}\times\vec{AC}|=\frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-2\\4\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}-4\\-4\\-2\end{pmatrix}\right|=3$

b) $\epsilon:2x+2y+z=10$ ; Abschnitte X=5, Y=5, Z=10

c) $|\vec{n}|$ |=3, also $\varphi=\arctan\frac{1}{3}=70{,}52^\circ=71^\circ$

d) $g:x+y=5$ und Winkelhalbierende $h:y=x$

Abstand von Punkten in 2D mit Hesse-Form. Gleicher Abstand durch gleichsetzen:

$HNF(g):\frac{x+y-5}{\sqrt{(2)}}=0$ und $HNF(h):\frac{x-y}{\sqrt{(2)}}=0$

$$\frac{x+y-5}{\sqrt{(2)}}=\pm x$$

$$x_{1;2}=5\pm\frac{5}{2}\sqrt{(2)}$$

e)

$$g_{AB}:\overrightarrow{X}=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$$

$$g_C:\overrightarrow{XC}=\begin{pmatrix}0\\-2\\4\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-1\\2\\-2\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{XC}\cdot\vec{v}=0$$

$$4+8+\lambda(-1-4-4)=0$$

$$\lambda=\frac{4}{3}$$

$$F\left(\frac{7}{3}\middle|\frac{1}{3}\middle|\frac{14}{3}\right)$$

4.

a) $B(10;1/6;3)=\binom{10}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{5}\right)^7=15{,}5\%$

b) $B\left(10;\frac{1}{6};k\geqslant 3\right)=1-B\left(10;\frac{1}{6};k<3\right)=22{,}5\%$

c) $\sigma=\sqrt{(npq)}=\sqrt{\left(45\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\right)}=\frac{5}{2}$

d) P(in n Würfen mindestens zwei „6er“)>99%
1-P(in n Würfen ein oder kein „6er“)>0,99

$$1-n\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}-\left(\frac{5}{6}\right)^n>0{,}99$$

$$n\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+6\left(\frac{5}{6}\right)^n<0{,}06$$

$$n\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+6\frac{5}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<0.06$$

$$(n+5)\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<0.06$$

Diese Ungleichung kann nur numerisch, bzw. mit Rückgriff auf das Tabellenwerk gelöst werden. Man erhält $n\geq 37$

e) $\mu=\frac{1}{37}\left(1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+3\cdot 4^2+4\cdot 5^2+5\cdot 6^2+6\cdot 7^2+5\cdot 8^2+4\cdot 9^2+3\cdot 10^2+2\cdot 11^2+1\cdot 12^2\right)=54{,}83\,Fr$

5.

$$AB=ASsin\,30^\circ=\frac{10\cdot 1}{2}=5$$

a) $BC=ABcos\,30^\circ=\frac{5}{2}\sqrt{3}$

$$AB+BC=5+\frac{5}{2}\sqrt{2}$$

Dies ist der erste Schritt

$$SB=AScos\,30^\circ=5\sqrt{3}$$

$$SC=SBcos\,30^\circ=\frac{15}{2}$$

$$\frac{SC}{SA}=\frac{3}{4}=q$$

Faktor der geometrischen Reihe

$$s=s_0+s_0q+s_0q^2+\ldots=\sum_{i=0}^{\infty} s_0\,q^i=s_0\frac{1}{1-q}=\left(5+\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)\frac{1}{1-\frac{3}{4}}=10(2+\sqrt{3})$$

b) Die geometrische Reihe konvergiert für Faktorwerte, die vom Betrag kleiner sind als 1.
Hier also
$|x^2-11x+29|<1$
$L=]4;5[\cup]6;7[$

c) $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{sinx-cosx}{4x-\pi}\underset{l'Hospital}{=}\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{cosx+sinx}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

d) $\int x\,sinx\,\mathrm{d}x=-xcosx-\int -cosx\,\mathrm{d}x=-xcosx+sinx+c$

e) n=1:
$\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$

wahr

n+1:

$$\underbrace{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}}_{\frac{n}{n+1}}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n}{n+1}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n^2+2\mathrm{n}+1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{(n+1)^2}{(n+q)(n+2)}=\frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n+1}{n+2}=\frac{n+1}{n+2}$$

q.e.d