

Mathematik

Typen A; B, D, E

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 braucht die maximale Punktesumme nicht erreicht zu werden.

- 1) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2x^3 - ax^2$, wobei a ein positiver Parameter ist.
- a) Skizzieren Sie für den Spezialfall $a = 4$ den Graphen von f mit Hilfe der Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte.
 - b) Wie ist a zu wählen, damit der Schnittwinkel von f mit der positiven x -Achse 45° beträgt?
 - c) Wie ist a zu wählen, damit der Flächeninhalt zwischen f und der positiven x -Achse gleich 216 ist?

- 2) a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 2}$ mit Hilfe der errechneten Nullstellen, Extrempunkte und Asymptote.
- Die Kurve $y = c \cdot \sin(dx)$ hat zwei aufeinanderfolgende Extrempunkte, welche mit den beiden Extrempunkten von f zusammenfallen sollen. Berechnen Sie für diesen Fall c und d .

- b) Wie ist a zu wählen, damit sich die Kurven mit den Gleichungen $y = a\sqrt{x}$ und $y = e^x$ berühren?

- 3) a) Auf den höchsten Punkt einer Kugel mit Radius 12 wird eine zweite Kugel mit Radius 3 gestellt. Dem so entstehenden Körper wird ein gerader Kreiskegel mit gleicher Symmetrieachse umschrieben. Berechnen Sie das Volumen dieses Kegels.
- b) Eine quaderförmige Kiste, deren Länge 6 mal so lang ist wie deren Breite, hat eine Oberfläche von 9 m^2 . Wie gross ist der maximale Rauminhalt dieser Kiste?
- 4) a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, mit 5 Spielwürfeln mindestens 2 Fünfer zu werfen?
- b) Um einen runden Tisch mit n Stühlen nehmen die n Personen A, B, C, zufällig Platz. Wie gross muss n sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei verfeindeten Personen A und B nicht nebeneinander sitzen, grösser als 0.9 ist?
- c) Gegeben sind die Punkte $A(a/0/0)$, $B(0/b/0)$, $C(0/0/c)$ und $O(0/0/0)$. Dabei werden die Koordinaten a , b und c mit einem Spielwürfel erzeugt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Volumen der Pyramide OABC gleich 1 ist?
- 5) Skizzieren Sie die Gerade g mit der Gleichung $x+2y-24=0$, zusammen mit den Punkten $A(5/2)$ und $B(15/2)$.
- a) Berechnen Sie die Koordinaten aller Punkte auf g , welche von den Koordinatenachsen den gleichen Abstand haben.
- b) AB ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ABC, dessen Ecke C auf g liegt. Berechnen Sie die Koordinaten von C.
- c) Berechnen Sie die Koordinaten aller Punkte auf der Geraden AB, welche von g den Abstand $5\sqrt{5}$ haben.