

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d
Punkte	7	3	2	3	4	7	2	2	2	2	3	3	2	2	4

- Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Lösungen, welche ohne nachvollziehbaren Lösungsweg dargestellt werden, erhalten nicht die volle Punktzahl.

1) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = ax^2 + 2$, a konstant.

a) Es sei $a = -0.5$

Berechnen Sie die Schnittwinkel des Grafen von f mit den Koordinatenachsen und skizzieren Sie den Grafen von f .

Der Graf von f begrenzt mit der x -Achse ein Parabelsegment. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt. In dieses Parabelsegment wird ein Trapez mit gleicher Symmetrieachse und gleicher Grundseite einbeschrieben. Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt dieses Trapezes.

b) Es sei a wieder beliebig.

Wie ist a zu wählen, damit ein Schnittwinkel des Grafen von f mit der x -Achse von 45° entsteht?

2) Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $3x - 4y = 0$.

a) Gesucht sind alle Vektoren in der xy -Ebene, welche senkrecht zu g verlaufen und die Länge 20 haben.

b) Gesucht sind die Punkte auf der y -Achse, welche von g den vorgegebenen Abstand d haben.

c) Welche Punkte auf dem Kreis um $M(4 / -7)$ mit Radius 5 haben von g den Abstand 8?

- 3) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = k \cdot x \cdot e^{0.5x}$.
- Berechnen Sie für den Spezialfall $k = 4$ die Nullstellen sowie die Koordinaten der Extremal- und Wendepunkte sowie die Steigung der Tangente an den Grafen von f im Kurvenpunkt $P(0.5/y)$. Skizzieren Sie damit den Grafen von f .
 - Es sei k eine beliebige Konstante. Wie ist k zu wählen, damit der Graf von f die Gerade $y = -2$ berührt?
- 4) Eine Person überwacht die drei Maschinen A, B und C. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Maschine A für eine Stunde störungsfrei läuft, ist gleich 0.95. Für B bzw. C sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gleich 0.9 bzw. 0.85.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dass innert einer Stunde genau 2 Maschinen eine Störung haben?
 - Innert einer Stunde hatte genau eine der drei Maschinen eine Störung. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es die Maschine C war?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass innert einer Stunde mindestens eine der drei Maschinen störungsfrei läuft?
 - Wie viele Stunden muss die Maschine A laufen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass bei ihr mindestens eine Störung auftritt, grösser als 0.99 ist?
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben.
- Skizzieren Sie die Kurve $y = 3\sin(2x)$ für $0 \leq x \leq 2\pi$ und berechnen Sie die Schnittwinkel mit der Geraden $y = 2$.
 - Bei einer Verkehrszählung wurde für jedes Auto die Anzahl der im Wagen sitzenden Personen gezählt. Dabei wurde Autos, in welchen mehr als 5 Personen sitzen, nicht erfasst. Die Auszählung ergab folgendes Resultat:
51 Autos mit 1 Person, 41 Autos mit 2 Personen, 36 Autos mit 3 Personen, 21 Autos mit 4 Personen und B Autos mit 5 Personen.
Es sei x die Anzahl Personen in einem Auto. Wie gross ist die Zahl B, wenn der Mittelwert von x gleich 2.375 ist?
 - Beweisen oder widerlegen Sie, dass das Dreieck ABC mit $A(2/3/4)$, $B(4/5/5)$ und $C(-2/5/8)$ rechtwinklig ist.
 - Von einem Rhombus ABCD sind $A(2/-2)$ und $C(8/-10)$ bekannt. Berechnen Sie die Koordinaten von B und D so, dass die Rhombusfläche 100 beträgt.