

- 4) Die 6 Seiten eines Spielwürfels werden neu beschriftet. Drei Seiten sind mit der Zahl -3, zwei Seiten mit der Zahl 2 und eine Seite mit der Zahl 0 beschriftet.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in 4 Versuchen höchstens 1 Mal die Zahl -3 gewürfelt wird?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mit 3 Würfeln das Produkt der drei gewürfelten Zahlen negativ ist?
- c) Wie oft habe ich zu würfeln, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens ein Mal eine 0 zu würfeln, grösser ist als 0.999?
- d) Der Würfel wird mehrmals geworfen. Dabei wird nach folgender Regel vorgegangen: Wird eine negative Zahl gewürfelt, so geschieht nichts. Wird dagegen eine 0 oder 2 gewürfelt, soll diese Zahl durch eine -3 ersetzt werden. Es wird so lange geworfen, bis alle Seiten mit -3 beschriftet sind. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es dazu mehr als drei Würfe braucht?
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben.
- a) Gegeben sind die Punkte $P(3/-2/2)$ und $Q(-1/1/6)$. Die Strecke PQ ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks PRQ, dessen Punkt R auf der z-Achse liegt. Berechnen Sie die Koordinaten von R.
- b) Gegeben sind die Punkte $A(1/1)$ und $B(15/8)$. Gesucht sind die Koordinaten aller Punkte P auf der Geraden AB, so dass sich die Abstände von P zu den Punkten A und B wie 3 : 4 verhalten.
- c) Der Graf der Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 2x$ begrenzt mit der x-Achse ein endliches Flächenstück. In dieses Flächenstück ist ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt so einzubeschreiben, dass eine seiner Seiten auf der x-Achse liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte dieses Rechtecks.
- d) Bestimmen Sie die positive Zahl a so, dass sich die zwei Kurven mit den Gleichungen $y = \ln(ax)$ und $y = x^2$ berühren.
- e) In einem regelmässigen 7-Eck messen die Seiten 4 cm. Berechnen Sie den Umkreisradius sowie die längste Diagonale.

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	5e
Punkte	3	4	4	4	6	6	4	2	2	3	3	3	3	5	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind die Herleitung aller Resultate, insbesondere die Ableitungen von Funktionen und die Lösungen von Gleichungen, vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Für die Note 6 werden höchstens 50 Punkte verlangt.

- 1) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x(c - \sqrt{x})$, $c > 0$ konstant.
 - a) Berechnen Sie für den Spezialfall $c = 3$ die Koordinaten der Nullstellen und der Extrempunkte. Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f . Skizzieren Sie den Grafen von f .
 - b) Wie ist c zu wählen, damit der kleinere Schnittwinkel zwischen dem Grafen von f und der x -Achse in der positiven Nullstelle 45° beträgt?
 - c) Wie ist c zu wählen, damit der Inhalt des endlichen Flächenstücks, welches von der x -Achse und dem Grafen von f begrenzt wird, den Flächeninhalt 312.5 hat?
- 2) Gegeben sind der Kreis k um $M(14/2)$ mit Radius $\sqrt{125}$ sowie die Gerade g mit der Gleichung $y = -x + 10$
 - a) Spiegeln Sie den Kreis k an der Geraden g . Gesucht ist die Gleichung des gespiegelten Kreises k' .
 - b) Eine Sekante f ist durch den Punkt $P(0/4)$ so zu legen, dass der Kreis k aus ihr ein Sehnenstück der Länge 10 herausschneidet. Berechnen Sie den Abstand von M zu f und die Gleichung von f .
- 3) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = (1 - x^2)e^x$.
 - a) Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte sowie die Gleichung der Asymptote von f . Skizzieren Sie damit den Grafen von f .
 - b) Bestimmen Sie die Zahlen a und b so, dass $F(x) = (b + ax - x^2)e^x$ eine Stammfunktion von f ist und berechnen Sie damit den Inhalt des Flächenstücks, welches von f und den positiven Koordinatenachsen begrenzt wird.