

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d	6e
Punkte	6	3	4	3	6	3	4	3	2	2	2	4	4	4	3	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind die Herleitung aller Resultate, insbesondere die Ableitungen von Funktionen und die Lösungen von Gleichungen, vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
 - Für die Maximalnote 6 werden höchstens 50 Punkte verlangt.
- 1) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -x^4 + x^2 + 12$.
 - a) Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte. Skizzieren Sie damit den Grafen von f . Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, welches von f und der x -Achse begrenzt wird.
 - b) Der Graf einer quadratischen Funktion g berührt den Grafen von f in den Nullstellen. Bestimmen Sie die Gleichung für g .
 - 2) Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $C(8/6)$.
 - a) Ein Kreis k um $M(2/-11)$ schneidet aus der Geraden AC eine Sehne der Länge 4 heraus. Bestimmen Sie eine Gleichung für k .
 - b) Ein Kreis mit Radius 2 berührt die Gerade AC und die positive x -Achse. Berechnen Sie die Koordinaten seines Mittelpunktes.
 - 3) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{8x - 8}{x^2}$.
 - a) Berechnen Sie von f die Nullstellen, die Extrempunkte sowie den Schnittpunkt und den spitzen Schnittwinkel mit der Geraden $x = -2$. Bestimmen Sie das asymptotische Verhalten des Grafen von f . Skizzieren Sie damit den Grafen von f .
 - b) Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, welches von der positiven x -Achse, dem Grafen von f und der Geraden $x = e$ begrenzt ist. Dabei ist e die Eulersche Zahl.

- 4) Gegeben sind die Punkte $A(-2/-2)$ und $B(2/0)$
- AB sei die Seite eines gleichseitigen Dreiecks ABC. Berechnen Sie dessen Höhe sowie die Koordinaten von C.
 - AB sei die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ABC, dessen Ecke C auf der Geraden $x - 2y + 1 = 0$ liegt. Berechnen Sie die Koordinaten von C.
- 5) In einem Frühjahr trägt ein Apfelbaum viele Blüten. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Blüte bestäubt wird, ist 0.5. Die Wahrscheinlichkeit, dass aus einer bestäubten Blüte ein reifer Apfel wird, ist 0.4.
- An einem Ast hat es 6 Blüten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine Blüte bestäubt wird?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass aus zwei Blüten zwei reife Äpfel werden?
 - An einem Ast hat es 12 Blüten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Ast genau 3 reife Äpfel tragen wird?
 - Wie viele Blüten muss ein Ast haben, damit die Wahrscheinlichkeit, dass an diesem Ast mindestens ein reifer Apfel wächst, grösser als 99,9% ist?
- 6) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben
- Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2\sin(3x) + 2$.
Beweisen oder widerlegen Sie, dass der Graf von f die Gerade $y = 4$ berührt.
Berechnen Sie einen der spitzen Schnittwinkel von f mit der Geraden $y = 3$.
 - Der Graf der Funktion g mit $g(x) = 2e^{2x} - 1$ begrenzt mit den beiden Koordinatenachsen ein endliches Flächenstück. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.
 - Gegeben sind die Punkte $A(p/0/0)$, $B(0/3p/0)$ und $C(0/0/2p)$, $p > 0$ konstant.
Berechnen Sie den Winkel BAC.
 - Der Graf der Funktion f mit $f(x) = 2x^3 - bx - 4$ hat eine Nullstelle bei $x=2$.
Berechnen Sie alle Nullstellen von f .
 - Bei einem TV-Apparat treten Bildstörungen mit 5% Wahrscheinlichkeit auf. In diesem Fall kommt es dann mit 80% Wahrscheinlichkeit auch zu Tonstörungen. Falls jedoch das Bild einwandfrei ist, so ist mit 99% Wahrscheinlichkeit auch der Ton in Ordnung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein einwandfreies Bild, falls der Ton gestört ist.