

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	5e
Punkte	5	3	2	2	2	2	4	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind die Herleitung aller Resultate, insbesondere die Ableitungen von Funktionen und die Lösungen von Gleichungen, vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Für die Note 6 werden höchstens 40 Punkte verlangt.

- 1) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 4$, a konstant.
 - a) Berechnen Sie für den Spezialfall $a = 1$ die Koordinaten der Nullstellen und Extrempunkte. Skizzieren Sie damit den Grafen von f . Im lokalen Maximum M von f wird die Tangente t an den Grafen gelegt. Wie gross ist der Flächeninhalt der Figur, welche von t und dem Grafen von f begrenzt wird?
 - b) Es sei nun a wieder beliebig. Wie ist a zu wählen, damit der Wendepunkt von f auf der x -Achse liegt?
- 2) Gegeben sind die Punkte $P(1/1)$, $Q(9/7)$ und $R(-3/3)$.
 - a) Berechnen sie den Winkel QPR .
 - b) Für welche Punkte auf der x -Achse erscheint die Strecke PQ unter einem rechten Winkel? Berechnen Sie deren x -Koordinaten.
 - c) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes T so, dass P der Schwerpunkt des Dreiecks RQT wird.
 - d) Berechnen Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunktes des Dreiecks PQR .
- 3) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = xe^x$.
 - a) Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen, Extrempunkt- und Wendepunkte. Untersuchen Sie das asymptotische Verhalten der Funktion und skizzieren Sie den Grafen von f .
 - b) Bestimmen Sie die Konstante c so, dass die Funktion F mit der Gleichung $F(x) = (x+c)e^x$ eine Stammfunktion von f ist. Berechnen Sie damit den Inhalt des Flächenstücks, welches von der positiven x -Achse, der Geraden $x = 1$ und dem Grafen von f begrenzt ist.

- 4) Die Wahrscheinlichkeit, in einem Glücksspiel A zu gewinnen, sei 0.6 . Beim Glücksspiel B sei die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen 0.7 .
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, beim Glücksspiel A in 7 Versuchen genau 4 Mal zu gewinnen?
 - Eine Person spielt zuerst 2 Mal das Spiel A und dann 2 Mal das Spiel B. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie genau 2 Mal gewinnt?
 - Wie oft muss eine Person beim Glücksspiel A mitspielen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens 1 Mal zu gewinnen, grösser als 0.9999 ist?
 - Eine Person wählt zufällig eines der beiden Glücksspiele, spielt 1 Mal und gewinnt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie das Glücksspiel A gewählt hat?

- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben.

a) Skizzieren Sie die Kurve mit der Gleichung $y = \sqrt{x+4}$. Welcher Punkt auf dieser Kurve liegt am nächsten beim Punkt $P(-1/0)$?

b) Wie ist a zu wählen, damit die Kurve $y = a \ln(x)$ die Gerade $y = - 0.5 x$ senkrecht schneidet?

c) Skizzieren Sie im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ den Grafen der Funktion $f(x) = 2 \cos(3x)$. Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, welches vom Grafen von f, der y-Achse und der positiven x-Achse bis zur ersten positiven Nullstelle von f begrenzt ist.

d) Eine Gerade g schneidet einen Kreis k mit Radius 4 so, dass der Umfang von k im Verhältnis 1 : 8 aufgeteilt wird. Berechnen Sie den Flächeninhalt des kleineren Kreissegmentes.

e) Gegeben sind die Punkte $A(2/1/3)$, $B(-1/3/z)$, $C(4/9/13)$ und $D(6/10/15)$. Bestimmen Sie z so, dass sich die Geraden AB und CD schneiden. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes sowie den spitzen Schnittwinkel der beiden Geraden.

