

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π , e , etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	5a	5b	5c	5d	5e
Punkte	7	3	2	2	3	3	5	4	4	4	3	4	3	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
 - Die maximale Punktzahl beträgt 53 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 44 Punkte verlangt.
- 1) Gegeben ist die Kurve f mit der Gleichung $y = x^4 + ax^2 - 4$, a eine reelle Konstante.
 - a) Es sei $a = -3$. Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen und Extrempunkte von f . Skizzieren Sie damit die Kurve f und berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, welches die Kurve mit der x -Achse einschliesst. Ein Kreis berührt die Kurve f in ihren beiden Nullstellen. Berechnen Sie die Koordinaten des Kreismittelpunktes.
 - b) Es sei a wieder eine beliebige reelle Konstante. Wie ist a zu wählen, damit der Abstand zwischen den beiden Wendepunkten 4 beträgt?
 - 2) Ein Brettspiel besteht aus Feldern von A bis K (gemäss Zeichnung)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zu Beginn des Spieles steht ein Stein auf dem Feld G. Wird ein Spielwürfel geworfen und zeigt er Augenzahl 5 oder 6, rückt der Stein um zwei Felder nach links vor; andernfalls rückt er um ein Feld nach rechts vor. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

- a) Nach 2 Würfeln ist der Stein auf dem Feld C oder dem Feld I.
- b) Nach 3 Würfeln ist der Stein wieder auf dem Feld G.

Das Brettspiel hat jetzt noch viele weitere Felder links von A und rechts von K.

- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Stein nach 5 Würfeln auf dem Feld C liegt?
- d) Wie oft ist zu würfeln, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Stein mindestens einmal nach links bewegt, grösser als 0.999 ist?

- 3) Gegeben ist der Kreis k mit Mittelpunkt $M(3/2)$ und Radius 5 .
- Gesucht sind die Schnittpunkte und Schnittwinkel zwischen k und der Geraden g mit der Gleichung $x - 2y + 6 = 0$.
 - Ein Kreis mit Radius 10 berührt k im Punkt $Q(7/-1)$. Berechnen Sie die Koordinaten seines Mittelpunktes.
- 4) Gegeben ist die Kurve f mit der Gleichung $y = \sqrt{x}$.
- Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen der Kurve f und der Kurve $y = 3x^{-2}$.
 - Eine Parallele zur x -Achse begrenzt mit der Kurve f und der y -Achse ein Flächenstück mit Inhalt 9. Gesucht ist eine Gleichung für diese Parallele.
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben
- Welcher Punkt auf der Kurve mit der Gleichung $y = e^{-3x}$ hat von der Geraden $y = -2x - 7$ den kleinsten Abstand?
 - Gegeben sind die Punkte $A(4/3/2)$ und $B(5/5/4)$. Gesucht sind alle Punkte C in der xy -Ebene so, dass das Dreieck ABC ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck mit Hypotenuse BC wird.
 - In einer Tierpopulation sind 45% männliche und 55% weibliche Tiere. Einige Tiere tragen das Merkmal A . Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufälliges Tier das Merkmal A trägt, ist 0.4. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Männchen das Merkmal A nicht trägt, ist 0.3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Weibchen das Merkmal A trägt?
 - Die Gleichung $x^3 + 2x^2 - 5x + d = 0$ hat die Zahl 2 als Lösung. Bestimmen Sie d und weitere Lösungen.
 - Beweisen oder widerlegen Sie die Behauptung, dass die Kurve $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 5}$ die x -Achse berührt.