Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für
Wirtschaft, Bildung und Forschung WBF
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Schweizerische Maturitätsprüfung Zürich und Basel, Winter 2017

MATHEMATIK, Normales Niveau

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl: ....

Note: ....

Visum Korrigierende(r): ....

Fach:	**Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau**
Dauer:	**4 Stunden**
Zugelassene Hilfsmittel:	Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben Schweizerische Maturitätskommission SMK
Maximale Punktzahl:	**45 Punkte**
Autoren:	Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Hans Aeppli
Fachspezifische Anweisungen:	**Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.**

Schweizerische Maturitätsprüfungen
Frühjahr 2017, Zürich

Gruppe/Nummer ....
Name/Vorname ....

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π, e, etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	2e	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	4e	4f
Punkte	5	2	3	1	1	2	2	2	4	2	2	2	3	3	2	3	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 45 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 40 Punkte verlangt.

1) Gegeben ist die Kurve f mit der Gleichung $y = x^3 - x^2 - 3x + 3$.
   a) Berechnen Sie alle Nullstellen sowie alle Extremal- und Wendestellen von f und skizzieren Sie den Graphen.
   b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph zwischen der Stelle x=0 und der mittleren Nullstelle mit der x-Achse einschliesst.
   c) Welchen Flächeninhalt schliessen der Graph von f und der Graph von g: $y = x^3 - 1$ ein?

2) Qualitätsprüfungen haben ergeben, dass im Mittel drei von zwanzig Äpfeln ungeniessbar sind. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von
   a) zehn gekauften Äpfeln alle geniessbar sind?
   b) acht gekauften Äpfeln nicht alle ungeniessbar sind?
   c) vier gekauften Äpfeln genau einer ungeniessbar ist?

   In einer Packung befinden sich jeweils sechs Äpfel. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in
   d) drei Packungen je höchstens einen ungeniessbaren Apfel hat?
   e) zwei Packungen insgesamt genau einen ungeniessbaren Apfel hat?

3) Gegeben sind der Kreis k mit der Gleichung $x^2 + y^2 =25$ und der Punkt P(-7,-1)
   a) Gesucht sind die Gleichungen der Tangenten an k durch P.
   b) Welchen Schnittwinkel haben diese Geraden?
   c) Wo liegt der Schwerpunkt des Dreiecks durch P und die Schnittpunkte von k mit den positiven Koordinatenachsen?
   d) Wie lauten die Gleichungen der Kreise mit Mittelpunkt P, die den Kreis k berühren?

4) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben

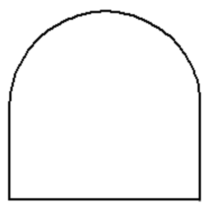
a) Für welche Parameter a und b verläuft der Graph von $f(x) = \ln(ax+b)$ mit der Steigung 2 durch den Punkt $P(1, \ln(2))$?

b) Gegeben die Punkte $A=(2,3,7)$ und $B(-2,4,5)$. Bestimmen Sie je eine Gleichung der wie folgt verlaufenden Ebenen in Parameterform:
i) durch die Punkte A, B und den Koordinatenursprung.
ii) durch den Punkt A und parallel zur yz-Koordinatenebene.
der wie folgt verlaufenden Geraden in Parameterform:
iii) durch den Koordinatenursprung und parallel zur Geraden AB.

c) Angenommen, 8% aller Tennisspieler sind gedopt. Der eingesetzte Dopingtest erkenne 99% der gedopten Proben, falle irrtümlicherweise aber auch bei 5% der nicht gedopten Proben positiv aus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler gedopt hat, dessen Dopingtest positiv ausgefallen ist?

d) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $f: y = |\cos(x)|$ und $g: y = \sin(|x|)$. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $|\cos(x)| = \sin(|x|)$.

e) Ein Kanal hat die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis (vgl. Darstellung, rechts). Der Umfang des Querschnitts betrage u. Wie ist der Radius des Halbkreises zu wählen, damit die Querschnittsfläche maximal ist?



f) Wie lauten die Nullstellen und die Asymptoten von
$f(x) = \dfrac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 - x - 20}$?