



Schweizerische Maturitätsprüfung

Zürich , Winter 2018

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

.....
Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

43 Punkte

Autoren:

Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Hans Aepli

Fachspezifische Anweisungen:

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Aufgabe | 1a | 1b | 1c | 1d | 2a | 2b | 2c | 2d | 3a | 3b | 3c | 3d | 3e | 3f | 4a | 4b | 4c | 4d | 4e |
| Punkte | 2 | 5 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 2 |

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 43 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 39 Punkte verlangt.

1) Gegeben ist die Kurve f mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1}$$

a) Berechnen Sie zuerst f' und zeigen Sie dann, dass

$$f''(x) = \frac{6x^3 + 18x}{(x^2 - 1)^3}$$

b) Bestimmen Sie die Nullstellen, die Koordinaten der Wendepunkte sowie die Asymptoten von f . Untersuchen Sie, ob lokale Extrema existieren und skizzieren Sie den Graphen von f .

c) Zeigen Sie, dass

$$F(x) = \frac{3}{2} \ln(x^2 - 1)$$

eine Stammfunktion ist von f .

d) Bestimmen Sie die Zahl $a > 2$ so, dass das Flächenstück, das durch den Graphen von f , die positive x -Achse sowie die Geraden $x = 2$ und $x = a$ begrenzt ist, den Flächeninhalt 5 hat.

2) An einer Cocktail-Bar kontrollieren zwei Angestellte die Gäste auf Volljährigkeit. Der Angestellte A begutachtet 40% aller Ausweise und die Angestellte B die restlichen 60%. Die Wahrscheinlichkeit, dass A den gefälschten Ausweis eines minderjährigen Gastes als solchen erkennt, ist 50%. Die Erfolgsquote von B beträgt 30%.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein minderjähriger Gast nicht erwischt wird?

b) In einer Partygruppe von 10 Personen hat es genau einen minderjährigen Gast. B wählt aus dieser Gruppe zufällig drei Personen aus und kontrolliert sie. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie ihn entdeckt?

- c) Einem minderjährigen Gast ist es gelungen, an der Bar harten Alkohol zu erhalten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er von A kontrolliert wurde?
- d) Wie viele Minderjährige müssen es versuchen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer Alkohol erhält, 99.99% übersteigt?
- 3) Gegeben sind die drei Punkte $A(1,2,2)$, $B(3,4,3)$ und $C(2,6,5)$.
- a) Weisen Sie nach, dass für $D(0,4,4)$ ein Parallelogramm $ABCD$ entsteht.
- b) Berechnen Sie einen der Winkel, den die Diagonalen des Parallelogramms einschliessen.
- c) Wie lauten die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes?
- d) Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Ebene E , die das Parallelogramm enthält.
- e) Bestimmen Sie den Punkt $F(3, y, z)$ so, dass der Vektor \overrightarrow{AF} zum Parallelogramm senkrecht steht.
- f) Wie gross ist die Fläche des Parallelogramms?

4) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben

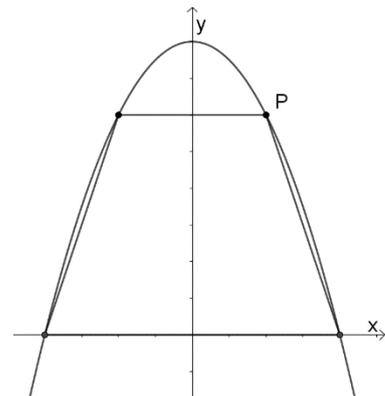
- a) Für welche ganzrationale Funktion f vom Grad 3 mit $f(0) = 3$ ist die Nullstelle $x = 3$ gleichzeitig Wendestelle mit der Steigung 3?
- b) Zeigen Sie, dass $P(4.4, 2.2)$ auf dem Kreis k

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 11 = 0$$
liegt und berechnen Sie die Parametergleichung der Tangente an k in P .
- c) Welcher Punkt P auf der Kurve $y = e^{2x+2}$ hat zur Geraden $y = 2x$ den geringsten Abstand?

- d) Gegeben ist die Kurve

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

Dem von der x -Achse abgeschnittenen Parabelsegment ist das Trapez grössten Flächeninhalts einzubeschreiben (vgl. Skizze, rechts). Wie lauten die Koordinaten seiner Ecke P ?



- e) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral

$$\int_0^{\frac{1}{4}\pi} \sin(2x + \pi) dx$$

