



Schweizerische Maturitätsprüfung

Bülach und Zürich, Winter 2019

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

42 Punkte

Autoren:

Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Hans Aepli

Fachspezifische Anweisungen:

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.

Mathematik normales Niveau

- Die Prüfungszeit beträgt 4 Stunden.
- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g	1h	2a	2b	2c	2d	2e	3a	3b	3c	3d	3e	3f	3g
Punkte	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2

Aufgabe	4a	4b	4c	4d	4e
Punkte	2	3	3	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 42 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 37 Punkte verlangt.

1) Gegeben sind die Kurve f mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{27}{20}$$

und die Kurve g mit der Gleichung

$$g(x) = \frac{1}{2x}$$

- Ermitteln Sie die Schnittstellen der beiden Kurven.
- Errechnen Sie $f'(x)$ und $g'(x)$.
- An welchen Stellen weist f dieselbe Steigung auf wie g an der Stelle $x = (-1)$?
- Überprüfen Sie f und g rechnerisch auf Wendepunkte.
- Untersuchen Sie das Verhalten von g an ihrer einzigen Polstelle.
- Bestimmen Sie $\int f(x)dx$ und erklären Sie, warum

$$\int g(x)dx = \frac{1}{2}\ln(x) + C$$

wobei $C \in \mathbb{R}$.

- Wie gross ist das Flächenstück, das g zwischen $x = 1$ und $x = 2$ mit der x -Achse einschliesst?
- Wie gross ist das Flächenstück, das f und g zwischen dem tiefsten und dem höchsten ihrer Schnittpunkte einschliessen?—Benutzen Sie $x_1 = 0.25$, $x_2 = 2.5$ und $x_3 = 6$ als Schnittpunkte, falls Sie a) nicht lösen konnten.

- 2) Erkan ist der Elfmeterschütze seiner Fussballmannschaft. Zu Spielbeginn verwertet er einen Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% zu einem Tor. Nachher sinkt seine Trefferquote bis zum Spielende nach 90 Minuten linear auf 65%. Erkan schießt nach der 18., nach der 54. und nach der 81. Minute je einen Elfmeter. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- verwertet er den dritten Elfmeter?
 - verwertet er keinen Elfmeter?
 - verwertet er genau einen Elfmeter?
 - verwertet er im Training genau drei von fünf Versuchen, wenn seine Trefferquote dort konstant 90% beträgt?
 - Für welche Elfmeter hätte die Mannschaft im Spiel auf Roland als Schützen setzen sollen, dessen Trefferquote $g(t)$ folgender Zeit-Wahrscheinlichkeitsfunktion gehorcht?

$$g(t) = 0.2 \cdot \ln(-t + 100)$$

- 3) Von einem Parallelogramm $ABCD$ sind die Ecken $A(2/-3/2)$ und $B(6/1/-1)$ bekannt. Ausserdem liege sein Diagonalschnittpunkt vorerst bei $M_1(2/0/6)$.
- Wo befinden sich die Ecken C und D ?
 - Zeigen Sie rechnerisch, dass $\angle ABC = 57.368^\circ$.
 - Wie gross ist die Fläche des Parallelogramms?
 - Wie lautet eine Gleichung der Ebene E_1 , in der das Parallelogramm liegt?
 - Berechnen Sie mit Hilfe von $\angle BAM$, wie gross der Abstand des Punktes M_1 von der Geraden AB ist.
 - Wie lautet eine Gleichung der Ebene E_2 , die durch die Punkte $P(1/2/3)$ und $Q(4/5/6)$ verläuft und die senkrecht zur Ebene E_1 steht?
- Angenommen nicht M_1 sondern M_2 sei der Diagonalschnittpunkt.
- Wo auf der x -Achse muss M_2 liegen, damit das Parallelogramm ein Rhombus ist?

4) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben

- a) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral

$$\int_2^1 e^{-\frac{1}{2}x-1} dx$$

- In einem gleichseitigen Dreieck ABC wird die Seite c gedrittelt und die entsprechenden Teilungspunkte werden mit der Ecke C verbunden. Berechnen Sie die so entstehenden Teilwinkel von γ .
- 3% aller Menschen einer Stadt haben sich mit einem Virus angesteckt, ohne Symptome zu zeigen. Die Fehlerquote des eingesetzten medizinischen Tests beträgt bei angesteckten Personen 3%. Überdies weist er 5% der virenfreien Menschen irrtümlich als positiv aus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Person angesteckt hat, wenn der Test positiv ist?
- Bestimmen Sie c in $y = \cos(2x) + c$ so, dass diese Kurve die Kurve $y = \sin(2x)$ im ersten Quadranten berührt.

- e) Die sechs Mitglieder einer Weitsprungleistungsgruppe springen (in Metern):

6.5	6.3	6.8	7.4	7.3	7.7
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Wie gross sind Median, arithmetischer Mittelwert und Standardabweichung?

