



Schweizerische Maturitätsprüfung

Basel und Pfäffikon SZ, Winter 2021

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

39 Punkte

Autoren:

Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Hans Aepli

Fachspezifische Anweisungen:

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.

Mathematik normales Niveau

- Die Prüfungszeit beträgt 4 Stunden.
- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	2d	2e	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	4e
Punkte	3	6	1	1	1	2	2	1	2	4	3	3	2	3	3	2

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 39 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 35 Punkte verlangt.

1) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2}$$

- Wie gross müssen a und b gewählt werden, damit der Graph von f die x -Achse bei $x = (-0.5)$ mit einer Steigung von 4 schneidet?
 - Wählen Sie $a = 12$ und $b = (-12)$. Errechnen Sie Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte und Asymptoten und skizzieren Sie den Graphen von f in ein geeignetes Koordinatensystem.
- 2) Bei einem breit angelegten Test sind 3% der Antworten Lügen, die restlichen sind ehrliche Antworten.
- Es werden 100 Antworten untersucht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Antworten ehrlich sind?
 - Wie viele Antworten müssen untersucht werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Lüge vorliegt, mindestens 98% beträgt?

Ein Unternehmen verkauft Lügendetektoren. Den technischen Daten ist zu entnehmen, der Detektor enttarnt 93% aller Lügen und irrt sich lediglich in 1% aller ehrlichen Antworten. Sie beziehen den Detektor in den oben erwähnten Test mit ein. Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass

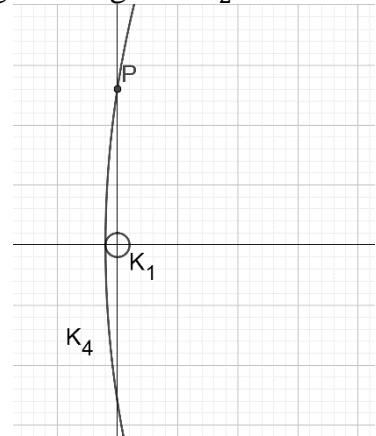
- zwei zufällige Antworten ehrlich sind und vom Detektor als solche erkannt werden?
- eine Antwort eine Lüge ist, wenn der Detektor die Antwort als Lüge bezeichnet?
- der Detektor sich bei zwei zufälligen Antworten irrt?

- 3) Gegeben seien der Kreis K_1 mit der Gleichung

$$x^2 + y^2 = 4$$
und der Punkt

$$P(0/26)$$

- a) Welcher Kreis K_2 mit Mittelpunkt $M_2 = (1/?)$ enthält den Punkt $Q = (3/-2)$ und hat denselben Radius wie K_1 ? Geben Sie die Kreisgleichung von K_2 an.
b) Wie lauten die x -Koordinaten der Punkte, in denen sich K_1 und der Graph der Funktion $y = \frac{6}{5x}$ schneiden?
c) K_1 wird so um P gedreht, dass der gedrehte Kreis K_3 die x -Achse berührt. Erstellen Sie eine Skizze und errechnen Sie dann den Mittelpunkt M_3 von K_3 sowie den positiven Drehwinkel.
d) Welcher Kreis K_4 hat seinen Mittelpunkt M_4 auf der positiven x -Achse, berührt den Kreis K_1 und verläuft durch P ? (vgl. Skizze, rechts)



4) Vermischte Aufgaben

- a) Gegeben sind die Punkte $A(0/1/6)$, $C(4/5/8)$ und $P(1/3/8)$. Die Strecke AC ist ein Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks ABC . P ist ein Punkt auf dem anderen Schenkel. Bestimmen Sie die Koordinaten von B sowie die Länge der Winkelhalbierenden w_α .
b) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral

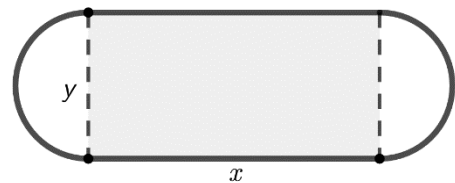
$$\int_{12}^{10} \sqrt{\frac{1}{2}x - 5} \, dx$$

- c) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$$

Für welche positiven reellen Parameter a und b haben aufeinanderfolgende Nullstellen von f den Abstand 5π und aufeinanderfolgende Extrempunkte den Abstand 13π ?

- d) Eine 400 Meter lange Rundbahn hat die nebenstehende Form, die aus einem Rechteck mit zwei aufgesetzten Halbkreisen besteht. Wie gross müssen x und y gewählt werden, wenn das Rechteck einen möglichst grossen Inhalt aufweisen soll?



- e) Welchen Inhalt hat die Fläche, die die Funktion $f(x) = |2x - 2|$ zwischen $x = (-2)$ und $x = 2$ mit der x -Achse einschliesst?

