



Schweizerische Maturitätsprüfung

Zürich und Pfäffikon SZ, Winter 2022

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

39 Punkte

Autoren:

Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Meriton Mihovci

Fachspezifische Anweisungen:

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.

Mathematik normales Niveau

- Die Prüfungszeit beträgt 4 Stunden.
- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1				2				3				4				
	a	b	c _i	c _{ii}	a _i	a _{ii}	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d	e
Punkte	2	2	2	3	2	1	2	3	1	3	2	3	3	2	3	2	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 39 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 35 Punkte verlangt.

1) Gegeben sind die Funktionen f und g mit den Gleichungen

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \text{ und } g(x) = \sqrt{8x}$$

- a) (2 Punkte) Errechnen Sie die Schnittpunkte von f und g und nutzen Sie diese Information, um die beiden Funktionsgraphen zu skizzieren.
 - b) (2 Punkte) Berechnen Sie den Inhalt der endlichen Fläche, die von f und g begrenzt wird.
 - c) Wie gross ist die längste Strecke $[AB]$, die sich diesem Flächenstück einbeschreiben lässt, wenn $[AB]$ parallel zur...
 - i. (2 Punkte) ... y -Achse
 - ii. (3 Punkte) ... x -Achse verlaufen soll?
- 2) Mia und Lea werfen mit Steinen abwechselnd auf eine Konservendose. Mia trifft in jedem Schuss mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$; Lea mit $\frac{1}{10}$. Mia beginnt mit Werfen.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass...
 - i. (2 Punkte) ...Lea die Dose als erste in ihrem zweiten Wurf trifft?
 - ii. (1 Punkt) ...die Dose durch die ersten vier Steine nicht getroffen wird?
 - b) (2 Punkte) Angenommen nur Mia wirft – nach dem wievielten ihrer Steine liegt die Wahrscheinlichkeit, dass die Dose mindestens ein Mal getroffen wurde, bei mindestens 99.999%?
 - c) (3 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Lea die Dose als erste trifft, wenn die beiden bis zum ersten Treffer werfen?

- 3) Gegeben ist der Kreis $k: x^2 + y^2 = 25$.
- (1 Punkt) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente, die den Kreis am Punkt $P(-4; 3) \in k$ berührt.
 - (3 Punkte) Wie lauten die Gleichungen der Tangenten an k , die durch $Q(7; 1)$ gehen?
 - (2 Punkte) Errechnen Sie die Gleichungen der Tangenten an k , die parallel zum Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ stehen?
 - (3 Punkte) Welche Kreise mit demselben Radius wie k berühren sowohl k als auch die x -Achse? Geben Sie die dazugehörigen Kreisgleichungen an.

4) Vermischte Aufgaben

- (3 Punkte) Gegeben sind die Punkte $A(0; 0; 0)$, $B(5; 0; 0)$ und $C(0; 12; 0)$. Wie gross ist im Dreieck ABC der Winkel δ zwischen der Schwerlinie s_b und der Winkelhalbierenden w_β ? Für welche Punkte D auf der z -Achse hat das Dreieck BCD einen doppelt so grossen Flächeninhalt wie das Dreieck ABC ?
- (2 Punkte) Wie gross muss a sein, damit der Wendepunkt der Kurve $y = \frac{2x-1}{ax^2}$ auf der Geraden $y = 2x$ zu liegen kommt?
- (3 Punkte) Zeichnen Sie die Kurven von $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ im Intervall von 0 bis 2π . Wo ist die Differenz zwischen f und g in diesem Intervall maximal und wie gross ist sie?
- (2 Punkte) 2% der Vogelpopulation eines Zoos hat sich mit einer Krankheit angesteckt, ohne Symptome zu zeigen. Die Fehlerquote des eingesetzten medizinischen Tests beträgt bei nicht angesteckten Vögeln 2%. Der Test weist 2% der angesteckten Vögel irrtümlich als negativ aus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Vogel nicht angesteckt hat, wenn der Test negativ ist?
- (3 Punkte) Berechnen Sie die mit einem Fragezeichen versehenen Flächeninhalte.



