

Mathematik Typen A, B, D, E, bzw. normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung pro Aufgabe ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	5c	5d
Punkte	6	3	2	2	4	3	6	2	3	3	3	4	3	3

- Für die Maximalnote sind höchstens 40 Punkte zu erzielen. Die restlichen Punkte bis zur maximalen Punktzahl entsprechen fakultativen Aufgaben.

1) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{-8x}{4+x^2}$

- Berechnen Sie die Koordinaten der Extrempunkte und der Nullstellen von f . Untersuchen Sie f auf Symmetrien und Asymptoten. Zeichnen Sie den Grafen von f .
- Beweisen Sie, dass alle Wendepunkte von f auf einer Geraden liegen und geben Sie eine Gleichung für diese Gerade an.

2) Gegeben ist der Kreis k mit der Gleichung $x^2 + y^2 - 40x + 231 = 0$.

- Bestimmen Sie den Mittelpunkt sowie den Radius von k .
- Vom Punkt $P(0/17)$ werden die Tangenten an k gelegt. Berechnen Sie den Winkel zwischen den beiden Tangenten.
- Um wie viel ist k parallel zur y -Achse zu verschieben, damit der verschobene Kreis die Gerade $4x - 3y = 0$ berührt?

- 3) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 2x^2 - 3$.
- a) Gesucht sind die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Kurve $y = \frac{45}{x}$.
- b) Gesucht sind die Gleichungen aller Funktionen g , deren zweite Ableitung f ergibt. Bestimmen Sie zudem die Gleichung von g so, dass der Graf von g die x -Achse berührt und symmetrisch zur y -Achse verläuft.
- 4) a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, mit 5 Spielwürfeln mindestens 4 Sechser zu werfen?
- b) In einer Urne hat es gelbe und blaue Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe Kugel zu ziehen, beträgt 0.3. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleichzeitig herausgenommene Kugeln blau sind, beträgt $\frac{217}{445}$. Wie viele Kugeln befinden sich in der Urne?
- c) Eine Münze habe die beiden gleich wahrscheinlichen Ausfälle „Kopf“ oder „Zahl“. Wie oft hat man diese Münze zu werfen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.99% mindestens ein Mal „Zahl“ geworfen hat?
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben:
- a) f sei der Graf der Funktion $f(x) = e^{ax}$, $a > 0$ konstant, $e =$ Eulersche Zahl. f^{-1} sei der Graf der Umkehrfunktion von f . Wie ist a zu wählen, damit sich f und f^{-1} berühren?
- b) Gegeben sind die Punkte $A(2/-4/1)$ und $B(-2/0/-3)$. M sei die Menge all jener Punkte P der xy -Ebene, so dass \overrightarrow{PA} auf \overrightarrow{PB} senkrecht steht. Zeigen Sie, dass M ein Kreis ist und berechnen Sie seinen Flächeninhalt.
- c) g sei der Graf der Funktion $g(x) = a \cdot \sin(bx)$ im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{b}$.
Wie sind a und b zu wählen, damit g die Gerade $y = 2$ berührt und mit der x -Achse ein Flächenstück einschliesst, dessen Inhalt 6 ist?
- d) Gegeben sind die Punkte $A(1/2/3)$, $B(5/4/7)$ und $C(3/0/11)$
Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte D so, dass \overrightarrow{AD} sowohl auf \overrightarrow{AB} als auch auf \overrightarrow{AC} senkrecht steht und dass \overrightarrow{AD} gleich lang ist wie \overrightarrow{AB} .