

Mathematik Normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf drei wesentliche Ziffern.
- Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Punkt 3 und 4 der zugelassenen Hilfsmittel (FoTaBe, Fundamentum, Casio FX-82 Solar, TI-30 eco RS)
- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind die Herleitung aller Resultate, insbesondere die Ableitungen von Funktionen und die Lösungen von Gleichungen, vollständig und nachvollziehbar darzustellen.

Punkteverteilung

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b	4c	5a	5b	5c	5d	5e
Punkte	4	6	4	2	6	1	3	2	2	3	2	2	5	2	2	2	4	2	2	4

Gesamthaft sind 60 Punkte zu erreichen. Für die Note 6 werden mindestens 50 Punkte verlangt.

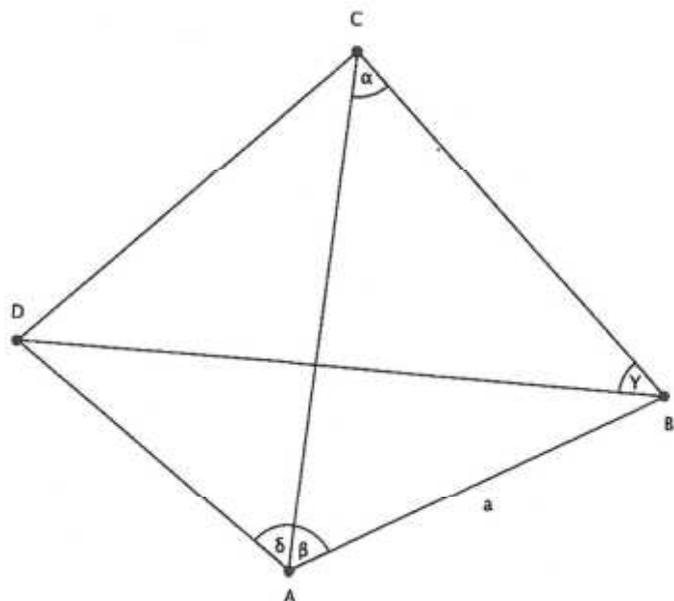
1) Voneinander unabhängig lösbare Aufgaben (14P.)

- a) Geben Sie die Gleichung für den Kreis mit Radius $R=5$ und Mittelpunkt $M(-2/3)$ an. Bestimmen Sie die explizite Form der Tangentengleichung an den Kreis im Punkt $P(1/y)$ mit $y < 0$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A auf der Geraden g_{MP} , so dass P die Strecke AM halbiert.

- b) Geben Sie die Funktionsgleichung der trigonometrischen Funktion $y = A \cdot \sin(bx) + C$ an, die mit der Periode π zwischen -1 und 3 oszilliert. Erstellen Sie eine Skizze des Graphen der Funktion.

Geben Sie die Nullstellen und Extrema im Intervall $[0, 2\pi]$ an. (Bogenmass verwenden!)

- c) Gesucht ist in der nebenstehenden ebenen, nicht winkeltreu dargestellten Figur die Länge der Strecke CD. Gemessen wurden $a=35\text{m}$
 $\alpha=40^\circ$, $\beta=40^\circ$, $\gamma=40^\circ$, $\delta=40^\circ$



2) Polynomfunktion (12P.)

- a) Gesucht wird eine Polynomfunktion 3. Grades, deren Graph den Punkt $P(2/4)$ enthält und für die $N_1(1/0)$ eine doppelte, sowie $N_2(-2/0)$ eine einfache Nullstelle ist.

Sollten Sie die Funktion nicht bestimmen können, so verwenden Sie für die Aufgaben b) bis d) die Funktion $y = x^3 - 3x^2 + 4$. $N_1(-1/0)$ ist eine einfache, $N_2(2/0)$ eine doppelte Nullstelle.

- b) Bestimmen Sie für die obige Funktion den Definitions- und Wertebereich, die lokalen Extrema und den Wendepunkt. Skizzieren Sie den Graphen im Intervall $[-3,5]$.
- c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente im Wendepunkt.
- d) Bestimmen Sie die den Inhalt der Fläche, welche von der Tangente aus c), dem Funktionsgraphen und der Geraden $x=3$ eingeschlossen wird.

3) Wahrscheinlichkeit (11P.)

Wir spielen mit einem Kartenspiel von 52 Karten. Dieses enthält die Werte von 2 bis 10, sowie Bube, Dame, König und As in Herz, Karo, Kreuz und Pik. Die Karten von 2-9 haben jeweils den aufgedruckten Punktwert, die Karten 10, Bube, Dame, König und As sind jeweils 10 Punkte wert. Die Karten werden jeweils gut gemischt.

- a) Wir ziehen die Herz Dame. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, eine zweite Herzkarte zu ziehen, wenn die Karte nicht zurückgelegt wird?
- b) Wir ziehen zweimal mit Zurücklegen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, zweimal dieselbe Karte zu ziehen?
- c) Wir ziehen 10 mal mit Zurücklegen.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal den Kreuz König zu ziehen.
 - 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau zweimal die Herz Dame zu ziehen.
- d) Wie oft muss man mit Zurücklegen ziehen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal den Karo Buben zu ziehen grösser als 80% ist?
- e) Wir ziehen zwei Karten mit Zurücklegen. Die Punktsomme beträgt 8. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Karte eine 2 ist?

4) Exponentialfunktion (9P.)

Betrachten Sie die Funktion $f: y = (1 - x)^2 e^{-x}$.

- Zeigen Sie, dass $(1/0)$ ein Tiefpunkt und $(3/?)$ ein Hochpunkt ist. Bestimmen Sie die Asymptote und skizzieren Sie den Graphen der Funktion.
- Zeigen Sie, dass $F = -(x^2 + 1)e^{-x}$ eine Stammfunktion für f darstellt.
- Berechnen Sie den Inhalt der linken Fläche, die im 1. Quadranten zwischen dem Graphen und der x -Achse eingeschlossen wird.

5) Vektorgeometrie (14P.)

Gegeben sind die Punkte $A(3/0/3)$, $B(4/-2/1)$ und $C(-1/-6/4)$.

- Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Ebene E .
- Geben Sie die Spurpunkte der Ebene E an. (Spurpunkte sind die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen x, y und z)

Zeichnen Sie die Ebene in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (y nach rechts, z nach oben, x diagonal nach vorne) mit 2Häuschen=1 in y - und z -Richtung sowie der Diagonalen von 1Häuschen =1 in x -Richtung.

Hinweis: Sie sollen die geometrischen Objekte der Aufgaben c) bis e) in dieselbe Zeichnung eintragen.

- Bestimmen Sie die Gleichung (Parameterdarstellung oder explizite Form) der Spurgeraden s der Ebene E im Grundriss. (Gerade durch die beiden Spurpunkte auf der x - und y -Achse.)
- Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden durch $P(3/-3/6)$, die parallel zur Spurgeraden s liegt.
- Berechnen Sie den Abstand der Spurgeraden s vom Ursprung des Koordinatensystems. Bestimmen Sie dazu den Punkt F auf s , der dem Ursprung am nächsten liegt. OF ist der gesuchte Abstand. (Ohne HNF oder analoger Abstandsformel aus der Formelsammlung zu lösen)

