



Schweizerische Maturitätsprüfung

Bern und Basel, Sommer 2016

# MATHEMATIK, Normales Niveau

Kand.-Nr.:

\_\_\_\_\_  
Name, Vorname:

\_\_\_\_\_

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

**Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau**

Dauer:

**4 Stunden**

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben  
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

**50 Punkte**

Autoren:

Donat Graven, Cornelia Pulver, Hans-Rudolf Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

**Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.**

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $\pi$ ,  $e$ , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	TOT	NOTE
Punkte	8	4	2	3	3	3	3	4	4	2	2	1	3	4	4	50	

- Für die volle Punktzahl ist die Herleitung aller Resultate vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Für die Maximalnote 6 werden höchstens 43 Punkte verlangt.

- Der Graph der Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = c + 2x^2 - 4x^4$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) sei für  $x \in \mathbb{R}$  gegeben.
  - Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte im Falle  $c = 0$ . Skizzieren Sie damit den Graphen von  $f$  im Intervall  $[-1, 1]$ .
  - Für welches  $c$  berührt die  $x$ -Achse die Hochpunkte des Graphen von  $f$  und wie gross ist dann der Inhalt des von der  $x$ -Achse und dem Graphen von  $f$  eingeschlossenen endlichen Flächenstücks?
  - Für welches  $c$  hat der Graph von  $f$  bei  $x = -1$  eine Nullstelle?
- Im Raum sei die Ebene  $E$  durch die 3 Punkte  $A(-4/5/9)$ ,  $B(16/0/-6)$  und  $C(10/10/7)$  gegeben. Ferner gehe eine Gerade  $g$  durch die Punkte  $P(2/-8/9)$  und  $Q(-10/13/-12)$ .
  - Bestimmen Sie je eine Parametergleichung von  $E$  und  $g$ .
  - Durchstösst die Gerade  $g$  die Ebene  $E$ ?  
Wenn nein, ist dies zu begründen; wenn ja, sind die Koordinaten des Durchstosspunktes  $D$  zu berechnen.
  - Berechnen Sie im Dreieck  $ABC$  den grössten Winkel.
  - Konstruieren Sie in einem Schrägbild den Durchstosspunkt  $T$  der Geraden  $g$  mit der  $yz$ -Ebene.

3. Zwei unabhängige Aufgaben

a) Für welches  $a \in \mathbb{R}$  ist  $y = (a-x)e^x$  eine Stammfunktion von  $f(x) = (1-x)e^x$  und wie gross ist dann der Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $f$  mit den positiven Koordinatenachsen einschliesst?

b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ , wobei  $-\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}$ .

4. In einer Studie aus dem Jahre 2013 wurde die Wirksamkeit eines Hirntumormedikamentes (Avastin) untersucht. Von den teilnehmenden Patienten wurden 50% mit einer Strahlen- und Chemotherapie und zusätzlich mit Avastin behandelt, die anderen 50% mit einer Strahlen- und Chemotherapie und einem Placebo behandelt. In jeder Gruppe waren 60% Männer und 40% Frauen.

Der Anteil der Patientinnen und Patienten, welche ein Jahr nach Beginn der Behandlung noch am Leben waren, ist in folgender Tabelle zusammengestellt:

Placebo-Gruppe		Avastin-Gruppe	
m	w	m	w
66%	68%	72%	?

Insgesamt haben 71.8% aller Teilnehmenden nach einem Jahr noch gelebt.

- Stellen Sie die Situation graphisch mit den entsprechenden Prozentzahlen dar, zum Beispiel durch ein Baumdiagramm.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einer zufällig ausgewählten Testperson um einen Mann handelt, welcher das Placebo erhalten hat und nach einem Jahr noch lebt.
- Wie viel Prozent aller Männer sind gestorben?
- Welcher Prozentsatz der Frauen, welche mit Avastin behandelt wurden, war nach einem Jahr noch am Leben?

5. Zwei unabhängige Aufgaben

- Gegeben seien die beiden Punkte  $A(0/0)$  und  $B(8/1)$ , die beide auf einem Kreis  $k$  liegen. Der Mittelpunkt  $M$  dieses Kreises liegt auf der  $y$ -Achse. Wie gross ist der Radius  $r$  dieses Kreises und wie gross der Winkel  $AMB$ ?
- Bei einem Pfeilwurfspiel wird auf einen Kreis mit Ringen geschossen, wobei die Punkte 3, 2, 1 und 0 erzielt werden können. Die folgende Tabelle zeigt für  $n = 100$  Schüsse die Verteilung  $X$  der erzielten Punkte:

Verteilung $X$	3	2	1	0
Häufigkeit	12	28	8	52

Erstellen Sie ein Histogramm der Häufigkeitsverteilung und berechnen Sie Mittelwert, Median und Standardabweichung der Verteilung  $X$ .