Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für
Wirtschaft, Bildung und Forschung WBF
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Schweizerische Maturitätsprüfung Ebikon und Bern, Sommer 2017

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:	....
Note:	....
Visum Korrigierende(r):	....

Fach:	**Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau**
Dauer:	**4 Stunden**
Zugelassene Hilfsmittel:	Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben Schweizerische Maturitätskommission SMK
Maximale Punktzahl:	**58 Punkte**
Autoren:	Donat Graven, Cornelia Pulver, Hans-Rudolf Strickler
Fachspezifische Anweisungen:	**Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.**

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Die Aufgabenlätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π, e, etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll.
- Die Punkteverteilung ist:

1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	2e	3.1	3.2	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5.1	5.2	Total	Note
1	7	3	3	3	2	2	3	4	4	4	2	1	2	3	2	3	3	6	58	

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 50 verlangt.

1. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + c$, $(c \in \mathbb{R})$ für $x \in \mathbb{R}$.
   a) Für welches $c \in \mathbb{R}$ geht der Graph von f durch den Punkt $Q(-3/0)$?
   b) Diskutieren Sie nun die unter a) gefundene Funktion (Nullstellen, Extremalpunkte, Wendepunkte) und zeichnen Sie einen Graphen von f.
   (Wer c nicht finden konnte, nehme $c = +12$.)
   c) Im Kurvenpunkt P mit x-Koordinate 0 wird die Tangente t an den Graphen von f gelegt. Beweisen Sie: Die Tangente schneidet die Kurve f ein weiteres Mal an der Stelle $x = 9$.
   d) Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das Tangente t und Kurve f einschliessen.

2. Gegeben sind die Punkte $A(2/5/8)$, $B(5/7/12)$ und $C(1/9/15)$.
   a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AB}$ sowie den Winkel β im Dreieck ABC.
   b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines vierten Punktes D so, dass die Punkte A, B, C und D ein Parallelogramm bilden. Begründen Sie, dass es sich um einen Rhombus handelt.
   c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rhombus $ABCD$.
   d) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Y auf der y-Achse, der zu Punkt B und zu Punkt C denselben Abstand besitzt.
   e) Die vier Eckpunkte des Rhombus spannen eine Ebene auf. Wie lauten die Koordinaten eines Punktes $P(4.4/6.6/z)$, falls P in dieser Ebene liegt? Wo genau liegt der Punkt P: innerhalb, auf dem Rand oder ausserhalb des Rhombus $ABCD$? Begründen Sie kurz.

3. Zwei unabhängige Aufgaben

3.1 Die Zeugnisnoten einer Maturitätsprüfung im Fach Mathematik sehen wie folgt aus:

5	4	4	5	4	4.5	4.5	5.5	5	4.5
3.5	5	3.5	3	4.5	4.5	4.5	3	4.5	3

Berechnen Sie den Median, den Mittelwert und die Standardabweichung der Zeugnisnoten.

3.2 Die Gerade g ist gegeben durch die Gleichung $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

die Gerade h verläuft durch die beiden Punkte $P_1(3/1/12)$ und $P_2(4/7.5/\text{-}2)$.
Stellen Sie die beiden Geraden g und h in einem Schrägbild dar und bestimmen Sie graphisch die gegenseitige Lage der beiden Geraden.

4. Bei einem idealen Würfel sind 3 Seiten rot, 2 Seiten gelb und 1 Seite blau gefärbt.

Der Würfel werde einmal geworfen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Würfel rot oder gelb?

Der Würfel werde zweimal geworfen.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Würfel nie blau?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Würfel zweimal dieselbe Farbe?

Der Würfel werde dreimal geworfen.

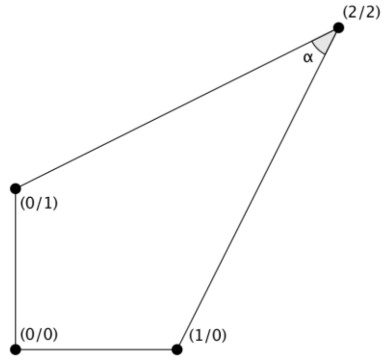
d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird genau einmal rot geworfen?

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mindestens einmal rot geworfen?

f) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jede Farbe geworfen?

5. Zwei unabhängige Aufgaben

5.1 Berechnen Sie den Winkel α in der abgebildeten Figur:



5.2 Gegeben sei der Graph der Funktion $f(x) = \sin(a \cdot x)$ für $0 \leq x \leq 2\pi$ und $a > 0$ ($a,x \in \mathbb{R}$).

a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen für $a = 2$ im angegebenen Definitionsbereich.

b) Bestimmen Sie für $a = 2$ die Anzahl Extrema der Funktion im Intervall $0 < x < 2\pi$.

c) Für welche positiven Werte von a besitzt der Graph der Funktion $f(x) = \sin(a \cdot x)$ im Intervall $0 < x < 2\pi$ genau ein Extremum?