



Schweizerische Maturitätsprüfung

Ebikon und Bern, Sommer 2018

M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

56 Punkte

Autoren:

Donat Graven, Cornelia Pulver und Hans-Rudolf Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.

Mathematik normales Niveau

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π , e , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 50 Punkte verlangt.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	Total	Note
Punkte	6	4	4	3	3	3	4	2	2	3	5	3	3	3	4	4	56	

1. Gegeben sind die beiden Kurvenscharen

$$f_k(x) = k^2 \cdot x - \frac{1}{3}x^3 \text{ und } g_k(x) = k \cdot (4 - x^2) \text{ mit } k > 0, x \in \mathbb{R}.$$

- a) Bestimmen Sie von den beiden Scharen das Symmetrieverhalten, die Nullstellen sowie die x -Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte.
- b) Bestimmen Sie k so, dass die Graphen von f_k und g_k für $x = 3$ denselben Funktionswert haben.
- c) Nun sei $k = 3$. Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente t von f_3 sowie den Schnittpunkt von t mit dem Graphen von g_3 mit positiver x -Koordinate.

2. Gegeben ist in einem zweidimensionalen Koordinatensystem das Dreieck ABC durch $A(5/10)$, $B(-7/1)$ und $C(3/-4)$.

- a) Bestimmen Sie die Grösse des Winkels $\beta = \angle ABC$.
- b) Wie lang ist die Höhe h_c auf die Seite AB ?
- c) Die Höhe h_c schneidet die Seite AB im Punkt D .
Beweisen Sie: Der Koordinatenursprung O ist Mittelpunkt der Strecke CD .
- d) In welchen Punkten schneidet der Kreis mit Mittelpunkt O , der sowohl durch C wie D geht, die beiden Koordinatenachsen sowie die Seite AC des Dreiecks?

3. In einer Urne befinden sich fünf Münzen. Vier von ihnen sind „ideale“ Münzen, zeigen also „Kopf“ und „Zahl“ mit derselben Wahrscheinlichkeit. Eine Münze ist gefälscht: sie zeigt auf beiden Seiten nur „Kopf“.

- a) Man entnimmt der Urne zufällig 1 Münze und wirft sie. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man „Kopf“ ?
- b) Man entnimmt der Urne zufällig 1 Münze, wirft sie und erhält „Kopf“. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man die gefälschte Münze gezogen ?
- c) Man entnimmt der Urne zufällig 1 Münze und wirft sie dreimal. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man immer „Kopf“ ?
- d) Man entnimmt der Urne gleichzeitig 2 Münzen.
 - (i) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die gefälschte Münze dabei ?
 - (ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird beim Wurf beider gezogenen Münzen „Kopf und Zahl“ geworfen ?
 - (iii) Wie oft müssen die beiden gezogenen Münzen mindestens geworfen werden, damit die Wahrscheinlichkeit mindestens einmal „Kopf und Zahl“ zu erhalten mehr als 99.99% ist ?

4. Unabhängige Teilaufgaben:

4.1 Der Wert einer Aktie ist in den letzten 5 Jahren von CHF 112.- auf CHF 128.80 angestiegen.

- a) Berechnen Sie die durchschnittliche jährliche prozentuale Zunahme des Aktienwerts.
- b) Zusätzlich ist nun bekannt, dass sich der Aktienwert im letzten Jahr der genannten 5-Jahresperiode gegenüber dem Vorjahr um 3% gesteigert hat. Welche durchschnittliche, jährliche prozentuale Zunahme ergibt sich für die restlichen vier Jahre ?

4.2 Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}^+$ so, dass der Graph der Funktion $f(x) = \cos^2 x + a \cdot \sin x$ ($x \in \mathbb{R}^+$) an der Stelle $x = \frac{\pi}{4}$ eine Tangente mit der Steigung $m = 1$ besitzt.

4.3 Die monatlichen Bruttosaläre aller Buchhaltungsangestellten einer Firma wurden wie folgt erhoben:

9'500.-, 8'100.-, 6'750.-, 4'850.-, 5'100.-, 5'300.-

Berechnen Sie den Mittelwert \bar{x} , den Median \tilde{x} sowie die Standardabweichung s der Bruttosaläre.

4.4 Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1-x \\ 2x \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$ so, dass die Vektoren \vec{u} und \vec{v} senkrecht aufeinander stehen.
- Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$ so, dass das Skalarprodukt der beiden Vektoren maximal wird.

4.5 In der nebenstehenden Figur bilden die Graphen von $f(x) = 0.1 \cdot x^{1.5}$ und $g(x) = x$ im Quadrat $0 \leq x \leq 100$, $0 \leq y \leq 100$ eine Fläche F .

Welchen prozentualen Anteil hat F an der Fläche des Dreiecks ΔABC ?

