



Schweizerische Maturitätsprüfung

Ebikon und Bern, Sommer 2019

MATHEMATIK, Normales Niveau

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Normales Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

54 Punkte

Autoren:

Martin Fischer, Donat Graven, Hansruedi Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

1. Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
2. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
3. Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
4. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.
5. Für die Maximalnote 6 werden 48 Punkte verlangt.

Mathematik normales Niveau

Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	1c	1d		2a	2b	2c		3a	3b		4a	4b		5.1	5.2	5.3
Punkte	2	3	3	4		4	4	4		4	4		4	4		4	4	6

1. Gegeben sind 2 Glücksräder G_1 und G_2 .

Beim Glücksrad G_1 gibt es zwei Felder, die mit den Zahlen 1 und 2 beschriftet sind. Die 1 erscheint mit der Wahrscheinlichkeit 0.4, die 2 mit der Wahrscheinlichkeit 0.6.

Das Glücksrad G_2 hat drei Felder, beschriftet mit den Zahlen 1, 2, 3. Die Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens seien vorderhand noch nicht bekannt.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei dreimaligem Drehen von G_1
 - (i) dreimal die 2 erhält?
 - (ii) mindestens einmal die 1 erhält?
- b) G_2 wurde 100mal gedreht. Es traten 52mal der Ausgang 1 und 31mal der Ausgang 2 auf. Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Varianz der erzielten Zahlen.
- c) Man wisse nun über die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens der Felder in G_2 folgendes:
 - die Wahrscheinlichkeit für die 2 ist um 50% grösser als diejenige für die 1;
 - die 3 tritt halb so oft auf wie die 1.
 Welche Wahrscheinlichkeiten haben demnach die Felder 1, 2, 3?
- d) Für G_2 gelte nun: $P(\text{„Die Zahl 1 erscheint“}) = 0.1$ und $P(\text{„Die Zahl 2 erscheint“}) = 0.4$. Es werden beide Glücksräder gleichzeitig gedreht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist
 - (i) die Summe der beiden erschienen Zahlen gleich 4?
 - (ii) das Produkt beider Zahlen gerade?

2. Gegeben sei in einem dreidimensionalen Koordinatensystem die beiden Geraden

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

sowie h , welche durch die beiden Punkte $A(6/4/1)$ und $B(2/-4/4)$ geht.

- a) Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden h sowie den Punkt auf g , der in der yz -Ebene liegt.
- b) Stellen Sie die beiden Geraden in einem Schrägbild dar und weisen Sie mittels Konstruktion nach, dass sich die beiden Geraden in S schneiden.
- c) Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Geraden g und h und wie lauten die Koordinaten des Schnittpunktes S ?

3. Von einer Polynomfunktion f vierten Grades wissen wir, dass ihr Graph an den Stellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ die x -Achse berührt und in $T(0/-\frac{1}{2})$ einen Tiefpunkt hat.
- a) Bestimmen Sie ihre Funktionsgleichung.
 [Wer keine Funktionsgleichung findet, rechne mit $f(x) = \frac{1}{2}(1 - x^2)(x^2 - 1)$ weiter.]
- b) Der Graph von f und die x -Achse umschliessen ein endliches Flächenstück. Darin wird ein achsenparalleles Rechteck so einbeschrieben, dass sein Flächeninhalt maximal wird. Wie gross ist dieser Flächeninhalt?
4. Gegeben sei die Funktion $f(x) = (e^x - 1)(1 - e^x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- a) Bestimmen Sie allfällige Nullstellen von f , den Wertebereich von f , das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ und erstellen Sie eine Skizze des Graphen von f .
- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente t an der Stelle $x = \ln(2)$ an den Graphen von f .

5. Drei unabhängige Aufgaben

5.1 Lösen Sie die Gleichung $\cos(x) - 2 \cdot \cos^2(x) = 0$ in der Definitionsmenge $D = [0, 3\pi]$.

5.2 Zeigen Sie, dass alle Parabeln der Schar $f_k(x) = 3kx - x - kx^2$, $x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$ unabhängig von k durch zwei fixe Punkte gehen. Wie lauten die Koordinaten dieser Punkte?

5.3 Ein Wanderer W erblickt an den Berghängen zwei Orte A und B (auf verschiedenen Seiten des Tales).

A liegt 300 Meter und B 400 Meter über der Horizontalebene, in der sich W befindet. A erscheint von W aus unter einem Höhenwinkel von 30° , B erscheint von W aus unter einem Höhenwinkel von 34° . In der Horizontalebene erscheinen die beiden Orte unter einem Winkel von 120° (Abbildung unten).

Berechnen Sie die Länge der Strecke AB und ihren Neigungswinkel δ .



