



Schweizerische Maturitätsprüfung

Bern, Sommer 2020

MATHEMATIK, Normales Niveau

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Normales Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

55 Punkte

Autoren:

Martin Fischer, Donat Graven, Hansruedi Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

1. Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
2. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
3. Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
4. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.
5. Für die Maximalnote 6 werden 48 Punkte verlangt.

Mathematik normales Niveau

Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	5a	5b
Punkte	7	4	2	3	3	3	3	4	3	5	8	4	3	3

- Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0.2(x - 1)^2 \cdot (x + 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
 - Bestimmen Sie alle Nullstellen, Extrema und Wendestellen von f und zeichnen Sie einen Graphen der Funktion.
 - Der Graph von f umschliesst mit der x -Achse ein endliches Flächenstück. Berechnen Sie dessen Inhalt.
 - Unter welchem Winkel schneidet der Graph von $g(x) = \frac{1}{2} \sin(\pi x)$, $x \in \mathbb{R}$, den Graphen von f in der einzigen gemeinsamen Nullstelle mit positiver x -Koordinate?
- Gegeben sei in einem dreidimensionalen Koordinatensystem die Gerade g , welche durch die beiden Punkte $A(3/4/2)$ und $B(6/10/-4)$ geht, sowie der Punkt $C(-1/2/7)$.
 - Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden g und stellen Sie die Gerade in einem geeigneten Schrägbild dar.
 - Konstruieren Sie die beiden Punkte D und E der Geraden g so, dass D im Seitenriss ($y = 0$) und E im Grundriss ($z = 0$) liegt.
 - Überprüfen Sie ihre Konstruktion mit einer algebraischen Berechnung der Koordinaten der oben genannten Punkte D und E .
 - Zeigen Sie, dass das Dreieck ADC rechtwinklig ist. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt und bestimmen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes F , der das Dreieck ADC zu einem Rechteck $AFCD$ ergänzt.
[Falls Sie in c) die Koordinaten von D nicht gefunden haben, nehmen Sie in d) $D(1/6/3)$.]

3. Drei unabhängige Aufgaben

- Für welche $k \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung $4x^3 + kx^2 + 9x = 0$ genau 2 Lösungen?
- Für welche $x \in \mathbb{R}$ stehen die beiden Vektoren $\begin{pmatrix} 1 - x \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} x - 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ senkrecht aufeinander?
- In einer Firma werden die Mitarbeitergespräche mit Punkten bewertet. Dabei bedeuten +2 bzw. +1 einen entsprechenden Bonus, -1 bzw. -2 einen entsprechenden Malus. 0 wird vergeben, wenn das Gespräch als «neutral» bewertet wird. Letztes Jahr erhielten die Mitarbeitenden folgende Punkte verteilt:

Punkte (Bonus/Malus)	+2	+1	0	-1	-2
Anzahl Mitarbeitende	613	423		82	16
relative Häufigkeit in %			12.5		

Füllen Sie die fehlenden Felder der Tabelle aus und bestimmen Sie danach Modus, Median und Mittelwert der Punkteverteilung.

4. Das Bundesamt für Gesundheit (BAG) hat eine neue «Corona-Extra»-Gesichtsmaske auf den Markt gebracht, die waschbar ist und somit mehrmals benutzt werden kann. Die Masken werden höchstens 5 Tage benutzt und danach entsorgt.

Zwei voneinander unabhängige Aufgaben:

- 4.1 Bei der Herstellung dieser Masken weiss man, dass 7.5% der Masken defekt sind und von den einwandfreien aussortiert werden müssten. Durch eine Qualitätskontrolle werden die Masken geprüft und bei Bestehen mit einem Gütesiegel versehen. Man weiss: Von den einwandfreien Masken erhalten 90% das Gütesiegel und von den defekten Masken erhalten 98% das Siegel nicht.

- Wie viele von 10'000 Masken erhalten das Gütesiegel?
- Ich halte eine Maske mit Gütesiegel in den Händen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie trotzdem defekt?
- Wie lautet das Resultat unter b), wenn jede mit Siegel versehene Maske die Qualitätskontrolle ein zweites Mal durchläuft?

Nun sei die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Herstellung eine Maske defekt ist, unbekannt, also p .

- Von 10'000 Masken haben 8780 das Werk nach einmaliger Qualitätskontrolle mit dem Gütesiegel verlassen. Was können wir über die «Defektwahrscheinlichkeit» p aussagen?

- 4.2 Ich entscheide am Ende eines Tages jeweils, ob ich die Maske am nächsten Tag (nach Waschen) wieder trage oder ob ich sie entsorge und eine neue Maske nehme. Bei jeder neuen Maske verhalte ich mich gleich: Nach dem ersten Tag ist die Wahrscheinlichkeit 0.8, dass ich die Maske auch am zweiten Tag benutze, danach fällt die Wahrscheinlichkeit, sie wieder zu benutzen, jeden Tag um 0.2. Spätestens am 5. Tag werde ich sie somit entsorgen müssen. Ich besitze 5 Masken. Mit welcher Wahrscheinlichkeit brauche ich mit meinem Verhalten in den nächsten 5 Tagen

- alle 5 Masken?
- genau 2 Masken?

5. Der Koordinatenursprung liegt auf einem Kreis k mit Mittelpunkt $M(-4/-3)$.

- Man bestimme die Kreisgleichung und die Gleichung der Tangente t , welche den Kreis k im Koordinatenursprung berührt.
- Wo berührt eine zu t parallele Tangente den Kreis k ?

