



Schweizerische Maturitätsprüfung

Zug und Bern, Sommer 2022

MATHEMATIK, Normales Niveau

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik, Normales Niveau

Dauer:

4 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

60 Punkte

Autoren:

Martin Fischer, Donat Graven, Hansruedi Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

1. Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
2. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , p , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
3. Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
4. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.
5. Für die Maximalnote 6 werden 54 Punkte verlangt.

Mathematik normales Niveau

Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	3a	b	c	d	4ab	cd	ef	5.1	5.2	5.3
Punkte	3	4	6	3	8	3	3	3	2	4	1+1	2+2	3+3	3	2	4

1. Gegeben sei der Kreis $k: x^2 - 6x + y^2 + 2y - 15 = 0$

- Bestimmen Sie Mittelpunkt M und Radius r des Kreises k .
- Liegt der Punkt $P(8/0)$ innerhalb, ausserhalb oder auf dem Kreis k und wo überall schneidet der Kreis die y -Achse?
- Die Gerade g durch den Ursprung mit Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ schneidet den Kreis in zwei Punkten A und B . Bestimmen Sie sämtliche Winkel des Dreiecks ABM sowie seinen Flächeninhalt.

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x^2}$, $x \in \mathbb{R}$

- Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion keine Nullstellen besitzt und symmetrisch ist. Um welche Art Symmetrie handelt es sich dabei?
- Diskutieren Sie die Funktion (Extrema, Wendepunkte und Asymptoten) und zeichnen Sie einen Graphen G_f der Funktion f im Bereich $-2 \leq x \leq 2$.
- Für welche $k \in \mathbb{R}$ ($k \neq 0$) hat der Graph von $f_k(x) = \frac{1}{k}e^{-kx^2}$, $x \in \mathbb{R}$ keine Wendestellen?

3. Gegeben sei die Gerade $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes B der Geraden, für den $t = -2$ gilt, und konstruieren Sie die Gerade g in einem geeigneten Schrägbild.
- Konstruieren Sie im Schrägbild den Durchstosspunkt der Geraden g mit der xy -Ebene.
- Berechnen Sie die Koordinaten des Durchstosspunktes der Geraden g mit der yz -Ebene.
- Geben Sie eine Parametergleichung derjenigen Geraden h an, die durch $P(88/4/112)$

und mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ u \\ 1 \end{pmatrix}$ senkrecht zur Geraden g verläuft. Schneiden sich die

Geraden g und h ? Wenn ja, bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes.

4. Ich werfe viermal hintereinander einen Würfel mit den Augenzahlen 1,2,3,4,5,6.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit werfe ich
- a) jedes Mal die 5?
 - b) immer eine ungerade Augenzahl?
 - c) vier verschiedene Zahlen?
 - d) vier verschiedene Zahlen, und zwar immer abwechselnd ungerade und gerade (oder umgekehrt)?
 - e) genau die Summe 22, wenn ich alle geworfenen Augenzahlen addiere?
 - f) ein gerades Produkt, wenn ich alle geworfenen Augenzahlen multipliziere?

5. Voneinander unabhängige Aufgaben

5.1 Zeigen Sie, dass für die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{3(x-1)^2}$ gilt: $f'(3) = 0$.

5.2 Von einem Rechteck sind eine Seite $a=5$ gegeben. Berechnen Sie die Seite b , falls der Zwischenwinkel der Diagonalen $\delta=106^\circ$ beträgt.

5.3 Bestimmen Sie den Inhalt der von den beiden Graphen eingeschlossenen Fläche der beiden Funktionen f und g :

$$f(x) = x + 3, \quad g(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3, \quad x \in \mathbb{R}$$

