



**Schweizerische Maturitätsprüfung**

Zug und Bern, Sommer 2023

# MATHEMATIK, Normales Niveau

**Kand.-Nr.:**

---

**Name, Vorname:**

---

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

**Mathematik, Normales Niveau**

Dauer:

**4 Stunden**

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben  
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

**57 Punkte**

Autoren:

Martin Fischer, Donat Graven, Hansruedi Strickler

Fachspezifische Anweisungen:

1. Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung zusammen mit den Lösungen abzugeben.
2. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $p$ , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
3. Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
4. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.
5. Für die Maximalnote 6 werden 50 Punkte verlangt.

# Mathematik normales Niveau

Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	b	c	d	e	2a	b	c	d	3a	b	c	d	4a	b	5.1	5.2	5.3
Punkte	2	3	3	3	3	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	3	3	3

- Ein Würfel mit den Augenzahlen 1,2,3,4,5,6 wird dreimal nacheinander geworfen. Dabei erscheinen die drei Augenzahlen  $Z_1, Z_2, Z_3$ . Mit welcher Wahrscheinlichkeit ...
  - ... gilt:  $Z_1 = Z_2 = Z_3$ ?
  - ... ist  $Z_1 > Z_2 > Z_3$ ?
  - ... kann aus den Seitenlängen  $Z_1, Z_2, Z_3$  ein Dreieck konstruiert werden, wenn  $Z_3 = 3$  ist?
  - ... ist die Summe  $Z_1 + Z_2 + Z_3$  eine Primzahl, wenn  $Z_1 = 6$  ist?
  - ... gilt, dass die Zahl  $Z_1 \cdot Z_1 + Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3$  gerade ist?
  
- Die vier Punkte  $A(6/0/0), B(6/8/0), C(-4/8/0), S(0/0/12)$  spannen eine Pyramide mit Spitze in  $S$  auf.
  - Konstruieren Sie die Pyramide  $ABCS$  in einem geeigneten Schrägbild. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks  $SAB$  sowie alle Winkel im Dreieck  $SAB$ .
  - Geben Sie eine Gleichung der Ebene an, die durch die Punkte  $S, A, B$  geht. Liegt  $P(54/-21/-72)$  in dieser Ebene?
  - Wie weit liegt  $C$  vom Schwerpunkt des Dreiecks  $SAB$  entfernt?
  - Gesucht sind alle Punkte  $D$  auf der  $x$ -Achse so, dass die Gerade  $BD$  den Inhalt des Dreiecks  $ABC$  im Verhältnis 1:3 teilt.
  
- Gegeben sei die Funktion  $f(x) = 4 - 2^x, x \in \mathbb{R}$ 
  - Bestimmen Sie die Nullstellen, Extrema und Asymptoten der Funktion und zeichnen Sie einen Graphen der Funktion  $f$  im Bereich  $-3 \leq x \leq 3$ .
  - Wie lautet die Gleichung der Tangente  $t$  an den Graphen von  $f$ , die den Graphen an der Stelle  $x = 1$  berührt?
  - Zeigen Sie: Der Graph von  $f$  schneidet die positiven Koordinatenachsen in den beiden Punkten  $A(0/3)$  und  $B(2/0)$ . Berechnen Sie sodann den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $f$  mit dem Koordinatenursprung  $O$  und den beiden Achsenschnittpunkten  $A$  und  $B$  bildet.
  - Wie viel Prozent des Flächenstücks aus c) wird von der Geraden durch die Punkte  $A(0/3)$  und  $B(2/0)$  weggeschnitten?

4. Der Kreis  $K$  gehe durch die Punkte  $A(7/16)$  und  $B(16/19)$ . Sein Mittelpunkt liegt auf der Geraden  $g: 2x + 3y = 79$ .

a) Bestimmen Sie Mittelpunkt  $M$  und Radius  $r$  des Kreises  $K$  sowie den Schnittpunkt  $Q$  der Geraden  $g$  mit der  $y$ -Achse.

b) Die Tangente  $t$  an den Kreis  $K$  mit Berührungspunkt  $A$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $P$ . Wie weit ist  $P$  von  $Q$  entfernt?

## 5. Voneinander unabhängige Aufgaben

5.1 Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $\sin(x) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  für  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

5.2 In einem regelmässigen Neuneck messen die Seiten 6 cm. Berechnen Sie den Umkreisradius und die längste Diagonale.

5.3 Der Graph von  $f(x) = -x^2 + 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , schliesst mit der  $x$ -Achse ein endliches Flächenstück ein. In dieses Flächenstück ist ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt so einbeschrieben, dass eine seiner Seiten auf der  $x$ -Achse liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Rechtecks.

