

Mathematik

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt!
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π , etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.

1. Von einer ganzrationalen Funktion 3. Grades kennt man die zwei relativen Extrema A(1/1) und B(3/-1). Suchen Sie die Funktionsvorschrift, skizzieren Sie den Graphen und berechnen Sie den Flächeninhalt der durch Graph und Tangente im Hochpunkt begrenzten Fläche.
(Wer den ersten Teil nicht lösen konnte, fährt mit der falschen Lösung $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$ weiter).

2. Lösen Sie die beiden voneinander unabhängigen Aufgaben.

- 2.1. Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 12 = x + \frac{1}{x}.$$

Die Grundmenge ist die Menge der reellen Zahlen.

- 2.2. Von einem Dreieck ABC kennt man die Höhe $h_b = 14.7$ (Höhe auf die Seite b) und die beiden Winkel $\beta = 101.4^\circ$ und $\gamma = 35.8^\circ$.
Berechnen Sie die Längen der drei Seiten.

3. Gegeben sind der Kreis K_1 mit dem Mittelpunkt $M_1(20/0)$ und dem Radius $r_1 = 15$ und die Gerade g durch die beiden Punkte A(-5/0) und B(1/8).

- a) Bestimmen Sie den Mittelpunkt und den Radius des kleinsten Kreises, welcher die Gerade g und den Kreis K_1 berührt.
- b) Um welchen Winkel muss die Gerade g um den Punkt A gedreht werden, bis sie den Kreis K_1 berührt?

4. Es wird der Graph der Funktion mit der Vorschrift $f(x) = \sqrt{9-x}$ ($0 \leq x \leq 9$) betrachtet.
 In einem Punkt P des Graphen wird die Parallele zur y-Achse gelegt. Diese schneidet die x-Achse im Punkt X.
 Für welchen Punkt P wird der Flächeninhalt des Dreiecks OXP maximal? (O ist der Koordinatenursprung.)
5. Gegeben sind die Gerade g: $\vec{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und die Gerade a: $\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Bestimmen Sie die Parametergleichung einer Geraden n durch den Punkt P(3/10), die senkrecht zu g steht.
 - Bestimmen Sie die Parametergleichung einer Geraden b \parallel a mit $P \in b$.
 - Bestimmen Sie den Flächeninhalt und die Innenwinkel des Dreiecks PNB, wobei $N = n \cap g$ und $B = b \cap g$.
6. Drei Kinder A, B und C versuchen, einen Ball in einen Korb zu werfen. Die Trefferwahrscheinlichkeit ist bei jedem Wurf $p = \frac{2}{5}$.
 Der Reihe nach werfen A, B, C, A, B, C, A, B, C, A,
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Kinder in ihrem ersten Versuch den Korb treffen?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines drei Kinder in seinem ersten Versuch den Korb trifft?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach je drei Versuchen noch keines der Kinder den Korb getroffen hat?
 - Nach wie vielen Versuchen ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Treffer erzielt worden ist, grösser 0.999?