Ergänzungsprüfung PASSERELLE
Berufsmatur – universitäre Hochschulen Gruppe / Kandidat/in Nr.: ....

Frühling 2006 Name/Vorname: ....

Mathematik

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt !
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, π, etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.

1. Von der Funktion $g(x) = 1 + \sin\frac{5x}{2}$ mit $D_g = [0;2\pi]$ sind alle Nullstellen im Definitionsbereich, der erste positive Extremwert und eine Skizze des Graphen gesucht (*ohne eine Kurvendiskussion zu machen*) .

2. Von einem Parallelogramm $ABCD$ kennen wir A (-4/-2), B (6/3) und C (11/11).
   a) Berechne die Koordinaten von Ecke D.
   b) Betrachte den Kreis mit Mittelpunkt D und Seite $a = AB$ als Tangente; in welchem Punkt schneidet dieser Kreis die Seite $c = CD$?
   c) Welchen Flächeninhalt hat das Parallelogramm ?

3. Welche Koordinaten hat der Hochpunkt des Graphen von

$$f(x) = \frac{ax^3 + 4x}{x^2 - 4} \;,\quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{2,-2\}$$

wenn die Tangente an den Graphen in P (1 / ?) parallel zur Geraden $14x + 3y + 2 = 0$ ist ? Verwenden Sie die nun bekannten Punkte, um (*ohne Kurvendiskussion*) eine Skizze des Graphen zu machen.

4. Einem Halbkreis mit bekanntem Radius r ist ein Rechteck so einbeschrieben, dass eine Seite auf dem Durchmesser liegt.
Wie lang müssen die Rechteckseiten werden, damit der Umfang maximal wird ?
Wie gross wird dann dieser maximale Umfang ?

5. Berechne die reelle Zahl $a < 0$ so, dass der Graph von $g(x) = ax^3 + 1$ $(D_g = \mathbb{R})$ die Nullstelle $x_0 = \frac{\pi}{2}$ besitzt.
Skizziere dann die Graphen von g und $f(x) = \cos x$ $(D_f = \left[0; \frac{\pi}{2}\right])$ und berechne den Flächeninhalt derjenigen beschränkten Fläche, die durch die beiden Graphen begrenzt wird.

6. Wir betrachten ein regelmässiges Sechseck *ABCDEF* und eine Urne, welche 6 mit *A, B, C, D, E* bzw. *F* beschriftete Kugeln enthält; so wird durch das Ziehen einer Kugel ein Eckpunkt des Sechsecks bestimmt.
   a) Wir ziehen aus der Urne nacheinander **drei** Kugeln, wobei die gezogene Kugel immer wiederzurückgelegt wird.
   Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass damit
      1) nur ein Punkt bestimmt wird (also dreimal die gleiche Kugel gezogen wird) ?
      2) zwei – aber nicht drei - verschiedene Punkte bestimmt werden und deren Verbindungslinie ein Durchmesser des Umkreises des Sechsecks ist ?
      3) drei verschiedene Punkte bestimmt werden ?
   b) Wir ziehen nun gleichzeitig drei Kugeln.
   Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Verbindungslinien der dadurch bestimmten Punkte ein gleichseitiges Dreieck bilden ?