

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK, Passerellen, Frühling 08.
 - Oben rechts: Kand.- Nr., Name / Vorname.
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

M A T H E M A T I K

1. Welcher Punkt **d e r G e r a d e n** $y = 6x - 21$ liegt dem Graphen von $f(x) = x^2 - 4x + 11$ mit Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ am nächsten ?

2. Welche Koordinaten hat der Tiefpunkt des Graphen von

$$f(x) = \frac{ax^3 + 4x}{x^2 - 4}, \quad a \neq 0, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{2, -2\},$$

wenn die Tangente an den Graphen in P (1/?) parallel zur Geraden $14x + 3y + 2 = 0$ ist ?

3. Der Graph G_g der Funktion g entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ mit Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ durch Verschieben um eine Einheit in x -Richtung (also nach rechts) und um eine Einheit in y -Richtung (also nach oben).

(a) Zeigen Sie, dass G_g durch die Eckpunkte C , D des Quadrates mit den Eckpunkten $A(0/0)$, $B(2/0)$, $C(2/2)$ und $D(0/2)$ geht.

(b) G_g unterteilt das Quadrat $ABCD$ in zwei Teilflächen mit den Inhalten A_1 und A_2 . Bestimmen Sie das Verhältnis $A_1 : A_2$.

(c) Bestimmen Sie die Vorschrift einer quadratischen Funktion h , so dass G_h ebenfalls durch C und D geht und die Quadratfläche in zwei flächengleiche Teile teilt.

4. Spieler A besitzt einen *Würfel*, dessen Seitenflächen mit 1, 2, 3, 4, 5 und 6 beschriftet sind; diese Zahlen treten beim Werfen des Würfels alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.

Spieler B besitzt ein *Oktaeder*, dessen Seitenflächen analog mit 1 bis 8 beschriftet sind; diese Zahlen treten beim Werfen des Oktaeders alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.

(a) Beide Spieler werfen ihren Körper.

- 1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die gleiche Zahl erzielen ?
- 2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl von A um mindestens 2 grösser als diejenige von B ist ?
- 3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der beiden Zahlen 11 ist?

(b) A hat eine 6 geworfen.

- 1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass B mit 10 Würfeln mindestens einmal eine grössere Zahl erzielt?
- 2) Wie viele Würfe muss man B zugestehen, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass er die Zahl von A mindestens einmal übertreffen soll, grösser als $\frac{999}{1000}$ sein soll?

5. Eine Kreislinie enthält den Punkt $P(-1/1)$, berührt die Gerade mit der Gleichung $y = 9$ und hat den Mittelpunkt M auf der Geraden mit der Gleichung $x - y + 1 = 0$.

(a) Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden möglichen Kreislinien.

(b) Wählen Sie nun diejenige Kreislinie mit dem kleineren Radius; diese schneidet die y -Achse in zwei Punkten. Bestimmen Sie denjenigen Punkt S mit $y_S > 0$. Betrachten Sie nun das Dreieck MPS und berechnen Sie dessen Innenwinkel.

6. (a) Berechnen Sie $\cos 75^\circ$ exakt (dh. mit Hilfe von Wurzeltermen).

(b) Von einem Drachenviereck $ABCD$ kennen wir α (in A) = 127° ,

γ (in C) = 82° und $e = |AC| = 9.73$; berechnen Sie $a = |AB|$ und $b = |BC|$.