

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK, Passerellen, Winter 09
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

M A T H E M A T I K

1. Betrachten Sie die beiden Funktionen

$$f(x) = x^2 + k \quad (D_f = \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad g(x) = 2k - x^2 \quad (D_g = \mathbb{R}), \quad \text{wobei } k \in \mathbb{R}.$$

- (a) Wählen Sie $k = 2$ und

- skizzieren Sie die Graphen der beiden Funktionen im gleichen Koordinatensystem.
- suchen Sie die Schnittpunkte der beiden Graphen und berechnen Sie den Schnittwinkel der Graphen.
- berechnen Sie den Flächeninhalt der durch die beiden Graphen begrenzten, beschränkten Fläche.

- (b) Für welche(s) k schneiden sich die beiden Graphen rechtwinklig ?

2. Die Gerade $t : 3x - 4y + 46 = 0$ ist Tangente an einen Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt $M(12/8)$.

- (a) Berechnen Sie die Koordinatengleichung des Kreises k_1 .
- (b) Suchen Sie die Koordinatengleichungen aller zu t parallelen Tangenten an einen Kreis k_2 , der den gleichen Mittelpunkt M besitzt und dessen Flächeninhalt viermal kleiner als derjenige von k_1 ist.

3. Bestimmen Sie die reellen Zahlen $a, b \neq 0$ so, dass der Graph der Funktion

$$f(x) = a e^{-\frac{x^2}{b}}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

in $W\left(-\sqrt{2}/\frac{5}{\sqrt{e}}\right)$ einen Wendepunkt besitzt (e ist die Eulersche Zahl).

4. (a) In einer Urne befinden sich 2 rote, 2 blaue, 6 weisse und 10 schwarze Kugeln. Man zieht gleichzeitig und zufällig 2 Kugeln.

Untersuchen Sie, ob die folgende Behauptung wahr ist: "Die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu ziehen, ist genau doppelt so gross wie die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen."

- (b) Eine andere Urne enthält 10 Kugeln, wovon einige schwarz und die restlichen weiss sind.

Die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen zweier Kugeln zwei gleichfarbige zu erhalten, ist um $\frac{1}{15}$ kleiner als die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu ziehen.

Wie viele weisse Kugeln sind in der Urne?

5. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$f(x) = (6 - x)\sqrt{x} \quad \text{mit} \quad D_f = \mathbb{R}_0^+$$

Berechnen Sie dann die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen rechtwinkligen Dreiecks mit maximalem Flächeninhalt, von dem ein Eckpunkt im Koordinatenursprung, ein weiterer Eckpunkt im 1. Quadranten auf dem Graphen von f und eine Kathete auf der x -Achse liegen soll.

6. Drei Kreisflächen mit den Mittelpunkten M_1, M_2 und M_3 und den Radien $r_1 = 2, r_2 = 4$ und $r_3 = 6$ haben paarweise je einen Punkt gemeinsam.

Das Dreieck $M_1M_2M_3$ wird durch die drei Kreise in vier Teilflächen unterteilt.

Bestimmen Sie die Inhalte dieser vier Teilflächen.