Kand-Nr : ....

Note :

Name, Vorname ....

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

Dauer: 4 Stunden

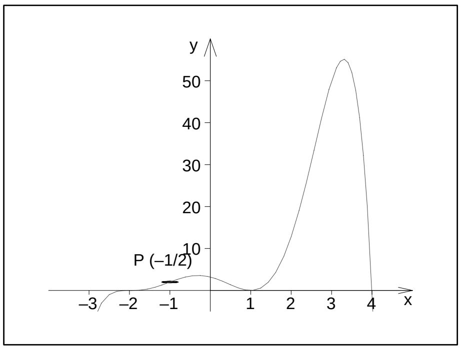
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter** !
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
  - Oben links: SMK, Passerellen, Winter 10
  - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
  - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, **e**, π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

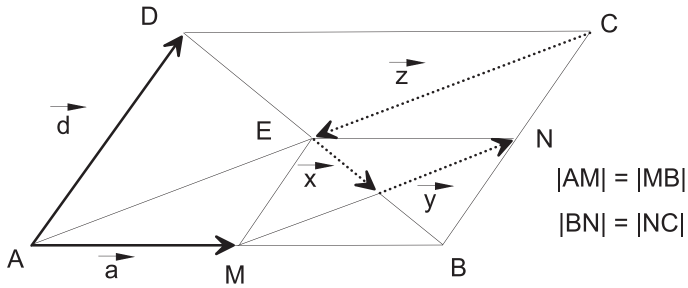
Müller, Strickler

M A T H E M A T I K

1. Unten ist der Graph einer ganzrationalen Funktion f $(D_f = \mathbb{R})$ mit den Nullstellen $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4$ und dem Punkt $P(-1/2)$ gezeichnet. Die Zeichnung enthält alle Nullstellen (diese sind höchstens dreifach) und alle Extremwerte.
   Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte.



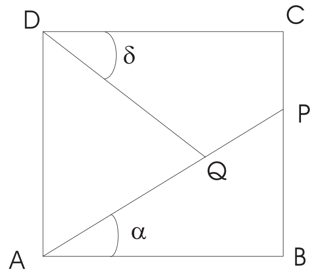
2. (a) $ABCD$ ist ein Parallelogramm. Suchen Sie $\vec{x}$, $\vec{y}$ und $\vec{z}$ je als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{d}$.



   (b) Berechnen Sie den Schwerpunkt und den Höhenschnittpunkt im Dreieck ABC, wenn $A(2/0), B(5/4)$ und $C(3/8)$.

3. Von einer ganzrationalen Funktion 3. Grades f mit $D_f = \mathbb{R}$ wissen wir, dass der Ursprung ein Wendepunkt ist und die Wendetangente die Gleichung $y = 3x$ besitzt. Ausserdem wird der Flächeninhalt der durch x-Achse und Graph G_f im 1. Quadranten begrenzten Fläche durch den Graphen von $g(x) = x^3\,, D_g = \mathbb{R}$, halbiert.
   Suchen Sie die Funktionsvorschrift von f.

4. Das Quadrat $ABCD$ wird durch die Strecken AP und DQ in drei Teile mit gleichem Flächeninhalt unterteilt.
   Berechnen Sie die Winkel α und δ.



5. In einer Urne befinden sich vier Kugeln, die mit den Zahlen -2, -1, +1 und + 2 beschriftet sind.

   (a) Es werden zufällig zwei Kugeln **ohne** Zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
   (1) die Summe der beiden gezogenen Zahlen 0 ist ?
   (2) das Produkt der beiden gezogenen Zahlen positiv ist ?

   (b) Es werden zufällig vier Kugeln **mit** Zurücklegen gezogen und so erhalten wir die vier Zahlen a, b, c und d.
   Mit diesen vier Zahlen werden die beiden Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ gebildet. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
   (1) $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$?
   (2) $|\,\vec{v}_1\,| = 2 \cdot |\,\vec{v}_2\,|$?
   (3) $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ senkrecht zueinander stehen ?

6. Bestimmen Sie die Nullstellen von

$$f(x) = \frac{a - x^2}{b\,\mathbf{e}^x}\,, \quad D_f = \mathbb{R}\,;\ a,\, b \in \mathbb{Z}\,;\ b \neq 0\,,$$

   wenn bekannt ist, dass der Graph von f im Punkt $H\,(-1/\mathbf{e})$ eine horizontale Tangente besitzt ($\mathbf{e}$ ist die Eulersche Zahl).
   Besitzt die Funktion eine Asymptote ?
   Skizzieren Sie dann den Graphen (*nur skizzieren, nicht diskutieren !*) im kartesischen Koordinatensystem.