Schweizerische Maturitätskommission SMK
Ergänzungsprüfung Passerelle "Berufsmaturität – universitäre Hochschulen" Winter 2014
Mathematik

Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr : ....

Note :

Name, Vorname ....

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter** !
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
  - Oben links: SMK Passerelle Winter 14
  - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
  - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, **e**, π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

Kühne, Müller, Strickler

M A T H E M A T I K

1. Bei einem Zufallsexperiment werden aus den 9 Buchstaben A, B, C, D, E, F, G, H, I drei verschiedene Buchstaben ausgewählt.

   (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Buchstaben A, B, C ausgewählt worden sind ?

   (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der Buchstaben A, B, C ausgewählt worden ist ?

   (c) Das Experiment wird nun zehnmal wiederholt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Buchstabe E nie ausgewählt worden ist ?

   (d) Wie oft muss das Experiment durchgeführt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass der Buchstabe E mindestens einmal ausgewählt worden ist, grösser als 0.99 wird ?

2. Es seien G_f und G_g die Graphen der beiden Funktionen mit den Vorschriften
   $f(x) = \frac{1}{4}x^2$, $g(x) = \frac{3}{2}x + 4$, $D_f = D_g = \mathbb{R}$.

   (a) Bestimmen Sie die Schnittpunkte A und C der beiden Graphen.

   (b) Der Punkt B liegt auf dem Graphen G_f zwischen A und C.
   Bestimmen Sie B derart, dass dessen Abstand zum Graphen G_g möglichst gross wird.
   Berechnen Sie nun den Flächeninhalt $I_\triangle$ des Dreiecks ABC .

   (c) Die Graphen G_f und G_g schliessen eine Fläche mit dem Inhalt I_S ein.
   Bestimmen Sie das Verhältnis $I_\triangle : I_S$.

3. Wir betrachten die Funktion $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ mit $D_f = \mathbb{R}^+$.

   Die Tangente t im Punkt $B\,(a/f(a))$ schneidet die x-Achse im Punkt R und die y-Achse im Punkt Q.

   (a) Stellen Sie die Gleichung von t auf und bestimmen Sie die Koordinaten von R und Q.
   Skizzieren Sie den Graphen von f und die Tangente t für $a = 1$.

   (b) Für welchen Wert von $a \in \mathbb{R}^+$ wird der Abstand $d(a) = |\,QR\,|$ minimal ?
   Berechnen Sie diesen minimalen Wert.

4. Die Gerade g_1 ist durch die zwei Punkte $A(-4/1)$ und $B(0/3)$ bestimmt.

   Die Gerade g_2 steht senkrecht zur Geraden $n : 9x + 10y + 50 = 0$ und geht durch den Punkt $C(1/-2)$.

   (a) Berechnen Sie den Schnittpunkt S und den Schnittwinkel φ der beiden Geraden g_1 und g_2.

   (b) Die Gerade u geht durch den Punkt S und den Koordinatenursprung O.
   Untersuchen Sie, ob u eine Winkelhalbierende von g_1 und g_2 ist.

5. Suchen Sie die grösstmögliche Defintionsmenge $D_f \subset \mathbb{R}$ der Funktion $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 16}$.
   Zeigen Sie, dass der Graph G_f keine Nullstellen, keine Hoch- oder Tiefpunkte, aber vertikale Tangenten besitzt.
   Skizzieren Sie deshalb den Graphen von f mit Hilfe des Graphen der Umkehrfunktion.
   Welche Wertemenge besitzt f ?