
Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr :

| |
|---------------|
| Note : |
|---------------|

Name, Vorname

| |
|------------------------------|
| Erreichte Punktzahl : |
|------------------------------|

| |
|-------------------------|
| Korrigiert von : |
|-------------------------|

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Winter 15
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

M A T H E M A T I K

1. Bestimmen Sie $k \in \mathbb{R}^+$ so, dass sich die Graphen von

$$f(x) = 3x^2 - 7x + 8 \quad \text{und} \quad g(x) = -x^2 + kx - 8 \quad \text{mit} \quad D_f = D_g = \mathbb{R}$$

berühren.

Berechnen Sie nun den Berührungspunkt, die Nullstellen von g und skizzieren Sie die Graphen. Suchen Sie den Inhalt derjenigen beschränkten Fläche, die durch die beiden Graphen, die x - und die y -Achse begrenzt wird.

2. Auf der Grundfläche einer quadratischen Pyramide mit Quadratseite a und Höhe h steht ein Drehzylinder, welcher der Pyramide einbeschrieben ist.

Welchen Radius muss dieser Zylinder haben, damit sein Volumen maximal wird ?

Wie gross wird dann dieses Volumen ?

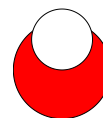
3. Der Kreis k_1 besitzt den Mittelpunkt $M_1(8/0)$ und den Radius $r_1 = 5$ und der Kreis k_2 besitzt den Mittelpunkt $M_2(8/4)$ und den Radius $r_2 = 3$.

Berechnen Sie die Schnittpunkte A und B der beiden Kreise.

Nun ist ein Kreis k_3 so gesucht, dass M_1 , A und B auf seiner Peripherie liegen.

Die Kreise k_1 und k_3 begrenzen eine sichelförmige

Fläche:



Berechnen Sie den Inhalt dieser roten Fläche.

4. Der Graph der Funktion $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x^2}$ mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ besitzt in $E(1/1)$ einen Extremalwert.
- (a) Zeigen Sie, dass der Graph dieser Funktion für alle $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ axialsymmetrisch zur y -Achse ist.
 - (b) Berechnen Sie $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.
 - (c) Vom Ursprung werden die Tangenten an den Graphen gelegt. Bestimmen Sie die Steigungen dieser Tangenten und deren Berührungspunkte.
5. Wir haben 9 Zettel, die mit den Ziffern 1 bis 9 beschriftet sind.
Wir wählen zufällig drei der neun Zettel und legen sie nebeneinander, so dass eine dreistellige Zahl entsteht.
- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl nur aus ungeraden Ziffern besteht ?
 - (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der drei Ziffern ungerade ist ?
 - (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die letzte Ziffer ungerade, wenn wir wissen, dass mindestens eine der Ziffern ungerade ist ?
 - (d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Zahl grösser als 653 ?