
Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Winter 17
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

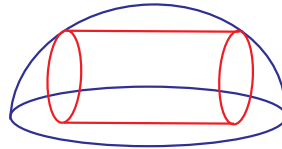
Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

M A T H E M A T I K

1. Bestimmen Sie $a \in \mathbb{Q}$ so, dass der Graph G_f der Funktion $f(x) = x^2$ mit $D_f = \mathbb{R}$ die Kreislinie K mit dem Mittelpunkt $M(0/a)$ und Radius $r = 2$ in zwei Punkten berührt. Kreis und Parabel begrenzen eine beschränkte Fläche; wie gross ist deren Inhalt?

2. Ein Schalter kann die zwei Stellungen A und B einnehmen. Gesteuert durch einen Zufallsgenerator kann er nach jeder Sekunde seine Stellung wechseln oder in der bisherigen Stellung bleiben. Er wechselt mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{2}{5}$ von Position A in Position B und mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = \frac{1}{5}$ aus Position B in Position A . Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Schalter in Position A .
 - (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er nach 2 Sekunden in Position A ?
 - (b) Nach wie vielen Sekunden beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Schalter mindestens einmal in Position B befand, mehr als 99 %?
 - (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er nach vier Sekunden genau einmal in Position B gewesen?

3. Einer Halbkugel mit Radius R wird ein gerader Kreiszyylinder so einbeschrieben, dass eine Mantellinie die Äquatorebene berührt.



Wie müssen wir die Zylinderhöhe wählen, damit das Volumen maximal wird ?

Wie gross wird dann das maximale Volumen in Prozenten des Volumens der Halbkugel ?

4. Es werden die beiden Geraden mit den Gleichungen $g_1 : 3x - ay + a^2 + 4a = 0$ und $g_2 : (a - 7)x + 4y - 8a = 0$ betrachtet (dabei ist $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$).

- (a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden, wenn $a = 1$ ist.
(b) Untersuchen Sie, ob es Werte für a gibt, für welche sich die beiden Geraden nicht in genau einem Punkt schneiden.

Wenn ja, so geben Sie in diesem Fall (bzw. in diesen Fällen) die gegenseitige Lage der beiden Geraden an.

- (c) Für welche(n) Wert(e) von a schneiden sich die beiden Geraden unter einem rechten Winkel?

5. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^3 - 8x$, $g(x) = \frac{1}{9} \cdot x^3$ mit $D_f = D_g = \mathbb{R}$.

- (a) Skizzieren Sie die Graphen von g und f und bestimmen Sie den Inhalt F der endlichen Fläche A zwischen diesen Graphen für $x \geq 0$.

- (b) Die Gerade h mit Gleichung $h : y = mx$, $m \in \mathbb{Z}^-$, teilt A in zwei flächengleiche Stücke.

Bestimmen Sie die Steigung m von h .