



Ergänzungsprüfung Passerelle 'Berufsmaturität/Fachmaturität – universitäre Hochschulen'  
Winter 2020

## Mathematik

**Kand.-Nr.:**

.....

**Name, Vorname:**

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Korrigierende(r):

.....

Fach:

**Mathematik**

Dauer:

**3 Stunden**

Zugelassene Hilfsmittel:

1 Formelsammlung,  
1 Taschenrechner (Casio FX-82Solar/Solar II, TI-30 ECO RS)

Maximale Punktzahl:

40 Punkte

Autoren:

Donat A. Graven, Martin Fischer, Hansruedi Strickler

Hinweise:

1. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt, und beschreiben Sie das Blatt nur auf einer Seite.
2. Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an:  
- oben links: SMK-Passerelle, Winter 2019;  
- oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname.
3. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d. h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z. B. auf 3 wesentliche Ziffern.
4. Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
5. Resultate ohne Herleitung geben keine Punkte.
6. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

# MATHEMATIK

1. Gegeben sei die Gerade  $g$  mit der Gleichung

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}.$$

- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $B$  der Geraden  $g$  mit der  $y$ -Achse sowie die Steigung der Geraden in Prozent.
- Eine Senkrechte  $s$  zur Geraden  $g$  gehe durch den oben berechneten Punkt  $B$ . Der Schnittpunkt von  $s$  mit der  $x$ -Achse sei  $A$ . Bestimmen Sie die Koordinaten von  $A$ .
- Eine dritte Gerade  $h$  habe die Steigung  $-\frac{8}{3}$  und gehe durch den Koordinatenursprung  $O$ . In welchem Punkt  $C$  schneidet sie die Gerade  $g$ ?
- Man bestimme nun im Dreieck  $OBC$  den grössten Winkel  $\varphi$  sowie den Flächeninhalt des Vierecks  $OABC$ .

2. Gegeben sei die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = (4 - 2x) \cdot e^x$ ,  $D_f = \mathbb{R}$ .

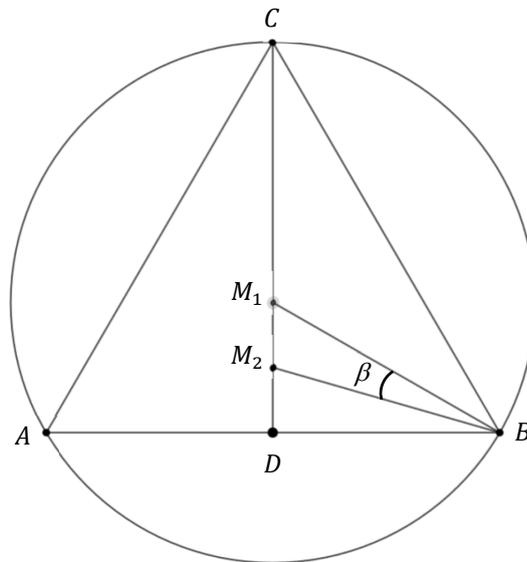
- Man diskutiere die Funktion  $f$  (Nullstellen, Extrema, Wendestellen, Asymptoten) und zeichne im Bereich  $-3 < x < 3$  einen Graphen von  $f$ .
- Zeigen Sie, dass  $F(x) = 2(3 - x) \cdot e^x$  eine Stammfunktion von  $f(x)$  ist, und berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das der Graph von  $f$  mit den positiven Koordinatenachsen einschliesst.

3. Für den öffentlichen Verkehr eines Landes gibt es 3 Anbieter von Applikationen («Apps») für den Fahrplan und den Billetverkauf: A, B und C. Im Folgenden wird angenommen, dass alle Anwender und Anwenderinnen sämtliche 3 Apps auf ihren Handys installiert haben, aber verschieden oft benutzen: A wird in 45% aller Klicks genutzt, B in 37% der Fälle und C in 18 von 100 Fällen. Die Anwendung der App A führt in 0.1% aller Fälle zu Störungen, die von B in 0.5% und die von C in 1% aller Einsätze.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass einer meiner Nachbarn, der gerade einen Billettkauf mit einer App auf dem Smartphone tätigt, eine Störung haben wird.
- Ich beobachte, wie eine fremde Person sich über eine Störung beim Billettkauf mit einer App ärgert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ärgert sie sich über den Anbieter C?
- Bei meinen Fahrplanabfragen auf dem Smartphone wähle ich jeweils **zufällig** entweder A oder C. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich viermal nacheinander den gleichen Anbieter wähle?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ärgere ich mich nie über eine Störung, wenn ich im nächsten Monat 10 Mal je eine **zufällig** gewählte App der 3 Anbieter einsetze?
- Auf der ersten Seite meines Smartphones sind die Symbole von 24 Apps angeordnet. Wie viele verschiedene Möglichkeiten habe ich, die 3 Symbole von A, B und C auf 3 dieser 24 Plätze anzuordnen?

4. Drei unabhängige Aufgaben

- 4.1 Die unten stehende Figur bestehe aus einem gleichseitigen Dreieck  $ABC$ , seinem Umkreis mit Mittelpunkt  $M_1$ , dem Mittelpunkt  $D$  der Seite  $AB$  sowie dem Mittelpunkt  $M_2$  der Strecke  $DM_1$ .

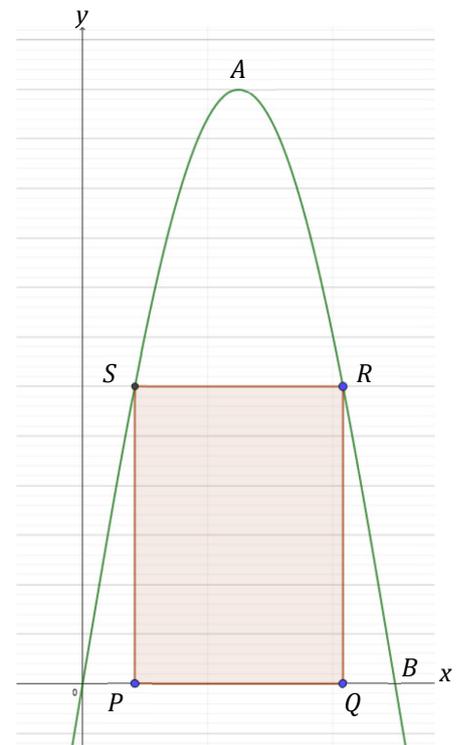


Berechnen Sie Winkel  $\beta = \angle(M_1BM_2)$ .

- 4.2 Die Figur rechts zeigt einen Ausschnitt des Graphen der Funktion  $f(x) = 6 \cdot \sin(2x)$  mit einem einbeschriebenen Rechteck  $PQRS$ .

$P$  hat die Koordinaten  $x = \frac{\pi}{12}$  und  $y = 0$ .

- Welche Koordinaten haben demnach die übrigen Eckpunkte des Rechtecks, und wie gross ist sein Flächeninhalt?
- $A$  sei ein Hochpunkt (lokales Maximum),  $B$  erste positive Nullstelle des Graphen von  $f$ . Welche Koordinaten haben die Punkte  $A$  und  $B$  des Graphen von  $f$ , und wie gross ist der Flächeninhalt des vom Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse zwischen dem Koordinatenursprung und dem Punkt  $B$  eingeschlossenen Flächenstücks?



- 4.3 Eine Klasse mit 7 Studenten hat eine Mathematikprüfung mit folgenden Resultaten geschrieben:

4, 4, 6, 4, 4.5, 5, 4

Berechnen Sie Mittelwert, Median und Standardabweichung dieser Notenverteilung.