



Ergänzungsprüfung Passerelle 'Berufsmaturität/Fachmaturität – universitäre Hochschulen'  
Winter 2022

## Mathematik

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Korrigierende(r):

.....

Fach:

**Mathematik**

Dauer:

**3 Stunden**

Zugelassene Hilfsmittel:

1 Formelsammlung,  
1 Taschenrechner (Casio FX-82Solar/Solar II, TI-30 ECO RS)

Maximale Punktzahl:

40 Punkte

Autoren:

Donat A. Graven, Martin Fischer, Sandra Egli

Hinweise:

1. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt, und beschreiben Sie das Blatt nur auf einer Seite.
2. Beschriften Sie jedes Antwortblatt einzeln gemäss den Angaben auf der Wandtafel.
3. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d. h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z. B. auf 3 wesentliche Ziffern.
4. Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
5. Resultate ohne Herleitung geben keine Punkte.
6. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

# MATHEMATIK

1. Gegeben sind die 3 Punkte  $A(-2/1/-2)$ ,  $B(1/2/-1)$  und  $C(1/1/4)$ .
  - (a) Zeigen Sie, dass die Punkte nicht auf einer Geraden liegen. Bestimmen Sie dann eine Parameter- sowie eine Koordinatengleichung der Ebene, in der die drei Punkte liegen.
  - (b) Der Punkt  $D(d/1/4)$  soll mit den Punkten  $A$  und  $B$  ein bei  $B$  rechtwinkliges Dreieck bilden. Bestimmen Sie die  $x$ -Koordinate  $d$  und den Flächeninhalt dieses Dreiecks.
  - (c) Für welche  $k \in \mathbb{R}$  liegt der Punkt  $P(2/k/k^2 - 3)$  ebenfalls in der von  $A$ ,  $B$  und  $C$  aufgespannten Ebene?
  
2. Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2; x \in \mathbb{R}$ .
  - (a) Berechnen Sie alle Nullstellen und die Koordinaten der Extrema, zeichnen Sie einen Graphen von  $f$  (Einheit: 1 cm), und berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das der Graph mit der  $x$ -Achse bildet.
  - (b) Im (einzigem) Wendepunkt wird die Tangente an den Graphen erstellt. Wo und unter welchem Winkel schneidet sie die  $x$ -Achse?
  - (c) Der Graph von  $f$  wird nun um  $p$  Einheiten in positiver  $x$ -Richtung verschoben. Wie viel muss  $p$  betragen, damit die Tangente im Wendepunkt des verschobenen Graphen mit den positiven Koordinatenachsen ein Dreieck mit Flächeninhalt  $\frac{25}{18}$  bildet?

3. In einer Schachtel liegen 6 rote und 4 grüne Kugeln. Es werden 2 Kugeln nacheinander gezogen, ohne Zurücklegen.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: «Beide Kugeln sind grün.»

B: «Höchstens 1 der gezogenen Kugeln ist rot.»

C: «Mindestens 1 Kugel ist rot.»

(b) Formulieren Sie sprachlich das Gegenereignis von D: «Beide Kugeln sind rot oder beide sind grün.»

Nun werde noch ein Krug mit 6 grünen und 2 roten Kugeln beigezogen. Daraus werden zuerst 2 Kugeln gezogen, danach noch 1 Kugel aus der obigen Schachtel.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

E: «Alle Kugeln sind rot.»

F: «Es sind mehr grüne als rote Kugeln gezogen worden.»

Nun wird je 1 Kugel aus der Schachtel und aus dem Krug gezogen, beginnend mit der Schachtel. Ist die aus der Schachtel gezogene Kugel grün, so zieht man unmittelbar anschliessend die zweite Kugel. Ist sie jedoch rot, so werden vor dem Ziehen der zweiten Kugel aus dem Krug noch zwei zusätzliche rote Kugeln unter die Kugeln im Krug gemischt.

(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind danach beide gezogenen Kugeln von verschiedener Farbe?

#### 4. *Zwei voneinander unabhängige Aufgaben*

4.1 Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius einer Kreislinie  $k$ , die durch den Ursprung  $O(0/0)$  geht und die Gerade  $t: 21x + 20y - 145 = 0$  im Punkt  $T(x/2)$  berührt.

4.2 Ein Rechteck wird in einen Halbkreis mit Radius 5 cm so einbeschrieben, dass eine Seite auf dem Durchmesser des Halbkreises liegt und der Umfang maximal wird. Berechnen Sie Länge und Breite dieses Rechtecks.