



Ergänzungsprüfung Passerelle 'Berufsmaturität/Fachmaturität – universitäre Hochschulen'
Winter 2023

Mathematik

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik

Dauer:

3 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

1 Formelsammlung,
1 Taschenrechner (Casio FX-82Solar/Solar II, TI-30 ECO RS)

Maximale Punktzahl:

40 Punkte

Autoren:

Donat A. Graven, Martin Fischer, Sandra Eggli

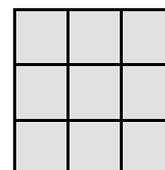
Hinweise:

1. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt, und beschreiben Sie das Blatt nur auf einer Seite.
2. Beschriften und unterteilen Sie jedes Antwortblatt einzeln gemäss dem Schema auf Seite 4.
3. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d. h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z. B. auf 3 wesentliche Ziffern.
4. Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
5. Resultate ohne Herleitung geben keine Punkte.
6. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

MATHEMATIK

1. Gegeben sei das 3x3-Quadrat mit 9 abgedeckten Feldern (siehe Bild rechts), die durch Rubbeln freigelegt werden können. In jedem Feld steht genau eine Zahl: 4 Felder enthalten die Zahl «4», 3 Felder die Zahl «3», und die restlichen Felder enthalten die Zahl «2», wobei die Zahlen zufällig über die 9 Felder verteilt sind.



- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, durch einmaliges Freirubbeln eines Feldes die Zahl «3» zu erhalten? [1 P]

Nun werden immer 2 Felder nacheinander freigerubbelt. Wie gross ist dabei jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse?

- (b) Es erscheinen zwei gerade Zahlen. [1 P]
(c) Die Summe der beiden Zahlen ist gerade. [2 P]
(d) Das Produkt der beiden Zahlen ist gerade. [2 P]
(e) Die zweite freigerubbelte Zahl ist grösser als die erste. [2 P]
(f) Die Differenz, wenn die zweite Zahl von der ersten subtrahiert wird, ist positiv. [2 P]

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Diskutieren Sie die Funktion f , und zeichnen Sie einen Graphen von f . [4 P]
(b) Der Graph von f bildet mit der x -Achse zwei endliche Flächenstücke, ein erstes oberhalb, ein zweites unterhalb der x -Achse. Berechnen Sie die beiden Flächeninhalte. [4 P]
(c) Mit welchem Faktor k muss $g(x) = \sin(x)$ multipliziert werden, damit der Graph von $g_k(x) = k \cdot \sin(x)$ im Intervall $0 \leq x \leq \pi$ mit der x -Achse den gleichen Flächeninhalt hat wie das zweite Flächenstück von Teilaufgabe (b)? [2 P]

3. Gegeben sind zwei Geraden g und h sowie eine Ebene E .

Die Gerade g geht durch die Punkte $A(8/4/-3)$ und $B(0/0/5)$;

die Gerade h geht ebenfalls durch den Punkt A und hat den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$;

die Koordinatengleichung der Ebene E lautet: $x - y = 0$.

- (a) Zeigen Sie, dass die Gerade g die Ebene E im Punkt B schneidet, und bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunktes C der Ebene E mit der Geraden h . [3 P]
- (b) Beweisen Sie: Das Dreieck ABC ist rechtwinklig mit Flächeninhalt $4\sqrt{17}$. [3 P]
- (c) Gesucht sind die Koordinaten eines vierten Punktes, der das Dreieck ABC zu einem Rechteck ergänzt. Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Diagonalen in diesem Rechteck? [4 P]

4. Voneinander unabhängige Aufgaben

4.1 Geben Sie alle Lösungen $x \in [0, 2\pi]$ an, für die gilt:

$$\sin(x) + \frac{1}{2}\tan(x) = 0 \quad [3 \text{ P}]$$

4.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Kreise k_1 und k_2 .

k_1 hat den Mittelpunkt $M_1(0/6)$ und den Radius $r_1 = 10$;

k_2 hat den Mittelpunkt $M_2(10.5/6)$ und den Radius $r_2 = 6.5$. [3 P]

4.3 Geben Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichung an:

$$\frac{x-1}{1-2x} - x^2 = 2x(x^2 + 1) + \frac{x}{2x-1} \quad [4 \text{ P}]$$

Das Fach ist nur auf der
ersten Seite anzugeben.

2 cm



4 cm



Bitte die Seiten nummerieren.