

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Dauer: 4 Stunden

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK, Passerellen, Herbst 07.
 - Oben rechts: Kand.- Nr., Name / Vorname.
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

M A T H E M A T I K

1. Skizzieren Sie die Graphen von

$$f(x) = x^2 - 2, \quad g(x) = \frac{x^2}{4} + 1 \quad \text{und} \quad h(x) = -2x - 2, \quad D_f = D_g = D_h = \mathbb{R}$$

und berechnen Sie dann den Inhalt der Fläche, die durch die drei Graphen begrenzt wird und den Punkt $A(0/0)$ enthält.

2. Ein gleichschenkliges Dreieck mit den Schenkellängen $a = b$ rotiert um die Basis.

Wie gross müssen die Basiswinkel gewählt werden, damit der entstandene *Doppelkegel* maximales Volumen erhält ?

3. Ein gewöhnlicher (idealer) Spielwürfel wird dreimal geworfen. Die dabei erhaltenen Augenzahlen a , b und c seien die Masszahlen der Kantenlängen eines Quaders.

- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Quader ein Würfel ist ?
- (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Rauminhalt des Quaders mindestens 140 beträgt ?
- (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Masszahl der Länge einer Raumdiagonale des Quaders eine ganze Zahl ist ?

4. Für jedes $a \in \mathbb{R}$ sei im kartesischen Koordinatensystem die Gerade $g_a : 4x + a^2y - 4a = 0$ gegeben.
- (a) Stellen Sie die Geraden g_a für $a = 4$, $a = 2$ und $a = 0$ graphisch dar.
 - (b) Gibt es Werte für a , so dass der Punkt $P(4/1)$ auf der Geraden g_a liegt ?
 - (c) Die Schnittpunkte der Geraden g_a mit den Koordinatenachsen und der Punkt P seien die Eckpunkte eines Dreiecks.
Gibt es ein a , für welches das Dreieck rechtwinklig ist mit rechtem Winkel in P ?
5. Bestimmen Sie die grösstmögliche Definitionsmenge von f in \mathbb{R} , diskutieren Sie dann die Funktion (ohne Wendepunkte zu bestimmen, aber vergessen Sie nicht, den Graphen zu skizzieren), wenn
- $$f(x) = x - \sqrt{25 - x^2} \quad \text{mit} \quad D_f \subset \mathbb{R}$$
- Zeigen Sie auch, wie die Punkte mit vertikalen Tangenten berechnet werden.
6. (a) Bestimme Mittelpunkt und Radius eines Kreises, der die x -Achse berührt und durch die Punkte $P(-1/-1)$, $Q(6/-8)$ geht.
- (b) Die Tangente im Punkt $P(-8/y_T)$, wobei $y_T < 0$, des Kreises $x^2 + y^2 = 100$ begrenzt zusammen mit x - und y -Achse ein Dreieck. Welchen Flächeninhalt hat dieses Dreieck ?