Kand-Nr : ..................................................................

**Note :**

Name, Vorname ...........................................................

**Dauer: 4 Stunden**

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter** !
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
  - Oben links: SMK, Passerellen, Frühling 08.
  - Oben rechts: Kand.- Nr., Name / Vorname.
  - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, **e**, $\pi$ etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

# M A T H E M A T I K

1. Wir betrachten einen idealen Würfel und eine ideale Münze.

   (a) Ereignis $A$: Wir erzielen in 6 Würfen mit dem Würfel genau eine 6.
   Ereignis $B$: Wir erzielen in 6 Würfen mit der Münze genau 3-mal "Kopf".
   Welches der beiden Ereignisse hat die grössere Wahrscheinlichkeit ?

   (b) (1) Spieler $S_1$ darf den Würfel 20-mal werfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal eine 6 wirft ?
   (2) Spieler $S_2$ darf die Münze $n$-mal werfen und muss dabei mindestens einmal "Kopf" erzielen. Wie gross muss $n$ mindestens sein, damit seine Gewinnwahrscheinlichkeit höher als diejenige von $S_1$ ist?

2. (a) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = x^2$ mit den Definitionsmengen $D_f = D_g = \mathbb{R}$ in einem kartesischen Koordinatensystem mit der Einheit 2cm.
   Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der beiden Graphen und in jedem Schnittpunkt den Schnittwinkel der beiden Graphen.
   Wie gross ist der Inhalt derjenigen Fläche, welche von den beiden Graphen eingeschlossen wird ?

   (b) Nun werden die Graphen der Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = ax^2$ $(a > 0)$ mit den Definitionsmengen $D_f = D_g = \mathbb{R}$ betrachtet.
   Bestimmen Sie $a > 0$ so, dass der Inhalt der von den beiden Graphen eingeschlossenen Fläche 24 Einheiten beträgt.

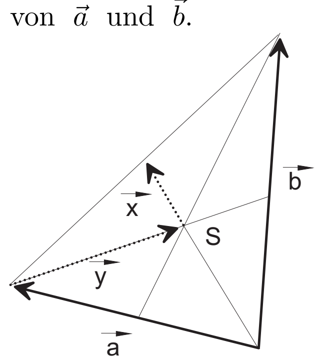
3. Der Graph $G_f$ einer ganzrationalen Funktion 3. Grades mit Definitionsmenge $\mathbb{R}$ geht durch den Ursprung und besitzt im Wendepunkt $W(1/-1)$ eine Wendetangente, welche durch den Punkt $P(2/0)$ läuft.
   Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift und diskutieren Sie dann die Funktion.
   Welchen Inhalt besitzt die durch $G_f$, Wendetangente und $x$-Achse begrenzte Fläche ?

4. Von einem Rechteck wissen wir, dass eine Seite auf der positiven $x$-Achse, eine Seite auf der $y$-Achse und ein Eckpunkt auf dem Graphen von

$$f(x) = (1+x)\,\mathrm{e}^{-x}\ ,\ D_f = \mathbb{R}$$

liegt.
Wie müssen wir die Breite des Rechtecks wählen, damit dessen Flächeninhalt maximal wird ?

5. (a) $S$ ist der Schwerpunkt; berechnen Sie $\vec{x}$ und $\vec{y}$ je als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$.




(b) Von einem Dreieck $ABC$ kennen wir $A\,(-8/1)$, $C\,(4/4)$ und den Schwerpunkt $S\,(2/0)$.
Berechnen Sie die Länge der innerhalb des Dreiecks liegenden Winkelhalbierenden $w_\beta$.

6. Im Punkt $L\,(-3/1)$ startet ein Strahl mit dem Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; dieser Strahl wird am Kreis mit Mittelpunkt $M\,(3/9)$ und Radius $r = 5$ reflektiert.

(a) Berechnen Sie den Kreispunkt $R$ , in welchem der Strahl reflektiert wird.

(b) Berechnen Sie denjenigen Punkt, wo der reflektierte Strahl die $x$-Achse schneidet.