
Die Prüfung dauert 4 Stunden.

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Sommer 10
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

M A T H E M A T I K

1. Es werden vier (Laplace-) Würfel geworfen.

- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, lauter verschiedene Augenzahlen zu würfeln ?
- (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, eine Augensumme, die grösser als 20 ist, zu erhalten ?
- (c) Xaver und Yvonne spielen nun ein Spiel mit diesen vier Würfeln.

Erscheint eine ungerade Anzahl von Einsen, so gewinnt Xaver, andernfalls Yvonne.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Yvonne gewinnt ?

2. Berechnen Sie $a \in \mathbb{R}^+$ so, dass $t(x) = \frac{4x}{5} + \frac{9}{5}$, $D_t = \mathbb{R}$, eine Tangente des Graphen von $f(x) = \sqrt{a+x^2}$, $D_f = \mathbb{R}$, ist.

3. Wie müssen wir den Radius eines geraden Kreiszylinders mit bekanntem Volumen V wählen, damit seine Gesamtoberfläche minimal wird ?

Wie gross wird dann diese Oberfläche ?

-
4. Betrachten Sie die beiden Funktionen $f(x) = \frac{3}{x^2}$ mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $g(x) = a - x^2$ mit $D_g = \mathbb{R}$.
- (a) Es sei $a = 4$.
Skizzieren Sie die Graphen von f und g .
Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der beiden Graphen und in einem der Schnittpunkte den Schnittwinkel der beiden Graphen.
Wie gross ist der Inhalt derjenigen Fläche, welche im 1. Quadranten von den beiden Graphen eingeschlossen wird ?
- (b) Für welches $a \in \mathbb{R}$ berühren sich die beiden Graphen ?
Wie lautet in diesem Fall die Gleichung der gemeinsamen Tangente im Berührungspunkt mit positiver x -Koordinate ?
5. Die Gerade g geht durch die zwei Punkte $U(1/12)$ und $V(3/11)$.
Vom Dreieck ABC kennen wir $A(7/5)$ und $B(14/1)$.
Berechnen Sie einen einzigen Punkt $C \in g$ so, dass das Dreieck rechtwinklig wird (mit rechtem Winkel in C).
Spiegeln Sie nun das Dreieck ABC an der Geraden g . Welche Koordinaten hat der Schwerpunkt des gespiegelten Dreiecks ?
6. (a) Wir betrachten den Graphen G_f der Funktion $f(x) = e^{-x}$ mit $D_f = \mathbb{R}$ und die Tangente t im Punkt $P(1/?)$ des Graphen.
Welche Gleichung besitzt t ?
Skizzieren Sie G_f und t im kartesischen Koordinatensystem.
- (b) Nun betrachten wir den Graphen G_g der Funktion $g(x) = e^{kx}$, $k < 0$, mit $D_g = \mathbb{R}$ und die Tangente t im Punkt $P(1/?)$ des Graphen.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt F desjenigen Dreiecks, welches durch t , die x - und die y -Achse begrenzt wird.
Welches Verhalten zeigt F einerseits für $k \rightarrow 0$ und andererseits für $k \rightarrow -\infty$?