
Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Sommer 13
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

M A T H E M A T I K

1. Drei Spieler A , B und C ziehen Kugeln aus einer Urne, die 4 weisse und 8 schwarze Kugeln enthält. Sieger ist derjenige Spieler, der zuerst eine weisse Kugel zieht.

Als Erster darf A , dann B und schliesslich C ziehen, dann wieder A , dann B usw.

Wie gross ist für jeden Spieler die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn *ohne Zurücklegen* gezogen wird ?

(Resultate als gemeine Brüche, keine Dezimalbrüche !)

2. Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit rechtem Winkel in C kennen wir $A(7/6)$, $B(2/1)$, $C(x/4)$.

(a) Berechnen Sie $x > 2$ ($x \in \mathbb{N}$).

(b) In welchen Punkten schneidet der **U**mkreis des Dreiecks die x -Achse ?

(c) Welchen Flächeninhalt besitzt der **I**nkreis des Dreiecks ?

3. Der Graph der Funktion

$$f(x) = (x + k)e^x \quad \text{mit} \quad D_f = \mathbb{R}$$

besitzt für $x = -3$ einen Wendepunkt.

(a) Bestimmen Sie $k \in \mathbb{Z}$ und dann $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, \dots und suchen Sie eine Formel für die n . Ableitung $f^{(n)}(x)$.

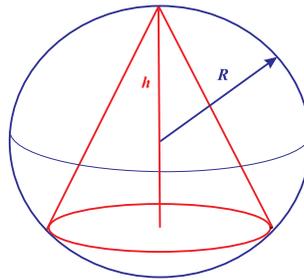
(b) Berechnen Sie nun Nullstellen, Asymptote, Extremwerte und Wendepunkte.

Skizzieren Sie den Graphen im kartesischen Koordinatensystem und bestimmen Sie dann die Wertemenge der Funktion f .

(Wer (a) nicht lösen konnte, fährt mit $k = -1$ weiter)

(c) Der Graph G_f der Funktion f , die x - und die y -Achse begrenzen eine beschränkte Fläche, deren Inhalt gesucht ist.

4. Welche Höhe h muss ein gerader Kreiskegel haben, wenn er einer Kugel mit gegebenem Radius R eingeschrieben ist und maximales Volumen besitzen soll?
Wie gross wird dann dieses maximale Volumen?



5. Lösen Sie die folgenden Kurzaufgaben:

- (a) Suchen Sie die Definitionsmenge des Gleichungssystems

$$\left| \begin{array}{l} \lg y + \lg(2x + 1) = 2 \\ \frac{x - 2}{y - 3} = 10 \end{array} \right| \quad x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$$

und berechnen Sie dann die Lösungsmenge.

- (b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung

$$\frac{1}{3^x} < \frac{1}{e^{1-x}},$$

wenn \mathbb{R} die Grundmenge ist.

- (c) Berechnen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\left| \begin{array}{l} \sin x - \frac{y}{4} = 0 \\ 2 \tan x + y = 0 \end{array} \right| \quad x \in [0; 2\pi[, y \in \mathbb{R} .$$