
Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Erreichte Punktzahl :

Korrigiert von :

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Sommer 16
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

M A T H E M A T I K

1. Die Gerade $y = -x$ ist Wendetangente des Graphen der Funktion mit der Vorschrift $f(x) = kx^3 - kx$ ($k \in \mathbb{Z}$) mit $D_f = \mathbb{R}$.
 - (a) Bestimmen Sie k und skizzieren Sie dann den Graphen von f .
 - (b) Der Graph von f schliesst mit der 1. Winkelhalbierenden $y = x$ zwei kongruente Flächen ein.
In welchem Verhältnis werden diese Flächen durch die x -Achse unterteilt ?

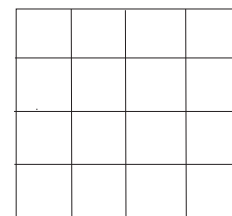
2. (a) Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = 2x^2 - x^4$ mit $D_f = \mathbb{R}$ und skizzieren Sie den Graphen.
 - (b) Bestimmen Sie für die Funktion mit der Vorschrift $f(x) = ax^2 - bx^4$ ($D_f = \mathbb{R}$) die zwei Zahlen $a > 0$ und $b > 0$ derart, dass das Dreieck, dessen Eckpunkte die drei Extremalstellen sind, gleichseitig wird und die Höhe 1 besitzt.
Im 1. Quadranten wird durch den Graphen der so gefundenen Funktion f und die x -Achse eine Fläche eingeschlossen.
Berechnen Sie deren Inhalt.

3. $ABCD$ ist ein gleichschenkliges Trapez mit den Parallelen $a = \overline{AB}$ und $c = \overline{CD}$, wobei $A(-2/-5)$, $B(1/4)$ und $C(-3/2)$ bekannt sind.

- (a) Skizzieren Sie das Trapez im Koordinatensystem und berechnen Sie die Koordinaten der Ecke D .
- (b) Wie gross ist Winkel α (in A) ?
- (c) Welchen Flächeninhalt besitzt das Trapez ?

4. Wir besitzen 16 Kugeln, je vier in den Farben rot, grün, schwarz und weiss.

Nun legen wir zufällig auf jedes Feld nebenstehender Figur eine Kugel.



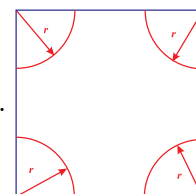
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A : Alle vier Felder in den Ecken sind mit weissen Kugeln belegt.

B : In den vier zentralen Feldern kommt mindestens eine weisse Kugel zu liegen.

C : In jeder horizontalen Reihe kommt jede Farbe genau einmal vor.

5. Um jede Ecke eines Quadrates zeichnen wir einen Viertelkreis mit Radius r .



Nun betrachten wir diejenige Fläche die entsteht, wenn wir vom Quadrat diese vier Viertelkreise entfernen; der Umfang dieser Fläche misst 100.

Wie muss r gewählt werden, damit der Flächeninhalt maximal wird?

(π stehen lassen, maximalen Inhalt nicht berechnen !)