

---

**Die Prüfung dauert 3 Stunden.**

Kand-Nr : .....

**Note :**

Name, Vorname .....

---

**Erreichte Punktzahl :**

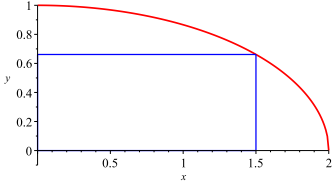
**Korrigiert von :**

- 
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
  - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
    - Oben links: SMK Passerelle Sommer 18
    - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
    - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
  - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
  - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
  - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
  - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

# M A T H E M A T I K

1. (a) Betrachten Sie die quadratische Funktion  $f(x) = 1 - x^2$  mit  $D_f = \mathbb{R}$ .  
Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen und erstellen Sie eine Skizze (Einheit: 2cm).  
Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, welche vom Graphen und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird.  
Unter welchem Winkel schneiden die beiden Tangenten in den Nullstellen die  $x$ -Achse ?
- (b) Nun betrachten wir quadratische Funktionen  $f(x) = d - d^3 \cdot x^2$  mit  $d > 0$  und  $x \in \mathbb{R}$ .
- (1) Zeigen Sie, dass der Inhalt der vom Graphen der Funktion und der  $x$ -Achse eingeschlossenen Fläche unabhängig von  $d$  ist.
  - (2) Bestimmen Sie  $d$  so, dass die Tangenten in den beiden Nullstellen mit der  $x$ -Achse ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck einschliessen. Wie gross ist dessen Flächeninhalt?
2. Albert trifft beim Basketball den Korb mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p_1 = 0.3$ .
- (a) Er wirft den Ball dreimal.
- (1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er kein einziges Mal trifft?
  - (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Mehrheit der Schüsse erfolgreich?
  - (3) Wie oft muss er schiessen, um mit 90% Sicherheit mindestens einmal zu treffen?
- (b) Nun spielt Albert zusammen mit seinem Freund Benjamin, der eine Trefferwahrscheinlichkeit von nur  $p_2 = 0.2$  hat.  
Sie schiessen abwechselungsweise je dreimal, wobei Benjamin als erster schiessen darf.  
Das Spiel hat derjenige gewonnen, der als erster einen Treffer erzielt.  
Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- (1) geht das Spiel unentschieden aus?    (2) gewinnt Benjamin?    (3) gewinnt Albert?
3. (a) Berechnen Sie  $x \in \mathbb{R}$  so, dass das Dreieck  $ABC$  in der Ecke  $A$  den Winkel  $\alpha = 30^\circ$  besitzt, wenn  $A(x/0)$ ,  $B(0/3)$ ,  $C(0/-2)$ .
- (b) Von einem Punkt des Graphen der Funktion  

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$$
mit  $D_f = \{x \mid 0 \leq x \leq 2 \wedge x \in \mathbb{R}\}$   
wird einerseits die Senkrechte auf die  $x$ -Achse,  
andererseits die Senkrechte auf die  $y$ -Achse gezeichnet.  
Zusammen mit den Koordinatenachsen entsteht so ein Rechteck  
(siehe Skizze).
- 
- Für welchen  $x$ -Wert ( $0 < x < 2$ ) wird der Inhalt des Rechtecks maximal ?  
Wie gross ist dann dieser maximale Inhalt ?
4. (a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Kreises  $k_1 : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = \frac{25}{4}$  mit der Geraden  $g : x + 2y - 2 = 0$ .
- (b) Von einem Kreis  $k_2$  kennen wir den Radius  $r = \sqrt{20}$  und die  $x$ -Koordinate  $x_M = 3$  des Mittelpunktes  $M$ .  
Wie lauten die Gleichungen aller möglichen Kreise  $k_2$ , wenn die Gerade  $g : x + 2y - 8 = 0$  genau einen Punkt mit  $k_2$  gemeinsam haben soll ?