



Ergänzungsprüfung Passerelle 'Berufsmaturität/Fachmaturität – universitäre Hochschulen'
S o m m e r 2 0 1 9

Mathematik

Kand.-Nr.:

Name, Vorname:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Korrigierende(r):

Fach:

Mathematik

Dauer:

3 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

1 Formelsammlung,
1 Taschenrechner (Casio FX-82Solar/Solar II, TI-30 ECO RS)

Maximale Punktzahl:

40 Punkte

Autoren:

Martin Fischer, Donat Graven, Hansruedi Strickler

Hinweise:

1. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und beschreiben Sie das Blatt nur auf einer Seite.
2. Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an:
- Oben links: SMK-Passerelle, Sommer 2019, Aufgabe-Nr.
- Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
- Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
3. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d. h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z. B. auf 3 wesentliche Ziffern.
4. Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
5. Resultate ohne Herleitung geben keine Punkte.
6. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

MATHEMATIK

Stochastik (Punkteverteilung: 1+2+2, 2+1+2)

1. Drei Würfel (je mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6) werden gleichzeitig geworfen.

Nach dem Wurf werden die geworfenen Augenzahlen zu einer Summe addiert.

- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen 18 ergibt?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Summe höchstens gleich 5?
- (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der drei Würfel die 6 zeigt?

Nun werde das Produkt X der drei geworfenen Augenzahlen gebildet.

- (d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist $X = 90$?
- (e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist X ungerade?
- (f) Wir haben nach dem Wurf der drei Würfel das Produkt 24 erhalten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit war die 6 unter den drei Augenzahlen?

Vektoren, Geometrie (Punkteverteilung: 1+2, 3+4)

2. Von einem Parallelogramm $ABCD$ seien die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ gegeben. M sei der Schnittpunkt der Diagonalen des Parallelogramms.

- (a) Wie lässt sich der Vektor \overrightarrow{AM} als Linearkombination der beiden Vektoren \vec{a} und \vec{b} berechnen?
- (b) S sei der Schwerpunkt des Dreiecks AMB . Berechnen Sie \overrightarrow{AS} als Linearkombination von \vec{a} und \vec{b} .

Nun sei konkret $\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $|\vec{b}| = 2$. Ferner sei der Eckwinkel im Punkt A gegeben: $\alpha = 30^\circ$.

- (c) Wie gross ist der Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD$?

Wiederum sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $|\vec{b}| = 2$. Diesmal sei α unbekannt und $A = (0/0)$.

- (d) Wie lauten die Koordinaten aller möglichen Punkte D , wenn gilt: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$?
[Tipp: Erstellen Sie eine Skizze der Situation.]

Analysis (Punkteverteilung: 2+2+3+3)

3. Gegeben sei die Parabelschar $y = -ax^2 + (2a - 1)x$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

(a) Bestimmen Sie a so, dass die Parabel durch den Punkt $P(1/0)$ geht.
Berechnen Sie in diesem Falle die Koordinaten ihres Scheitelpunktes.

(b) Bestimmen Sie a so, dass die Parabel ihren Scheitel an der Stelle $x = 2$ hat.

Mit der Parabel f unter (b) werde nun weiter gearbeitet. Falls Sie in (b) zu keinem Resultat kommen, rechnen Sie mit der Ersatzfunktion $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ weiter.

(c) Zeichnen Sie einen Graphen von f und berechnen Sie den Inhalt der endlichen Fläche A , die vom Graphen und der x -Achse eingeschlossen wird.

(d) Im Flächenstück A soll ein gleichschenkliges Trapez N_1PQN_2 folgendermassen eingepasst werden:

– N_1 und N_2 sind die Nullstellen der Parabel f und bilden die Endpunkte der längeren parallelen Seite des Trapezes;

– P und Q liegen auf dem Graphen von f und bilden die Endpunkte der kürzeren parallelen Seite.

Welche Höhe hat dasjenige Trapez mit maximalem Flächeninhalt?

4. Zwei unabhängige Aufgaben (Punkteverteilung: 4+6)

4.1 An der Stelle $x = -2$ soll die Funktion $f(x) = \frac{5 \cdot e^{-x}}{k - e^{-x}}$, $x \in \mathbb{R}$, nicht definiert sein.
Bestimmen Sie $k \in \mathbb{R}$ sowie $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4.2 An den Kreis k mit der Gleichung $x^2 + 8x + y^2 - 6y + 20 = 0$ sollen zwei Tangenten gelegt werden, die senkrecht zur Geraden $g: x + 2y - 3 = 0$ stehen.
Wie lauten ihre Parametergleichungen?