

Aufgabe 1	
Turmuhr (Dynamik)	8 Punkte
Eine alte Turmuhr wird durch einen Gewichtsstein von $m_G = 20 \text{ kg}$ angetrieben, der täglich um 30 m hochgekurbelt werden muss und mit dem Absinken das Uhrwerk in Bewegung hält. Urs verdient sich ein Taschengeld, indem er den Stein jeden Morgen hochzieht.	
<p>Wie gross ist die von Urs beim einmaligen Hochziehen verrichtete Arbeit?</p> $W_G = mgh = 20 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 30 \text{ m} = 5886.0 \text{ N m} = \underline{\underline{5.9 \text{ kJ}}}$	alg. 1 P. num. 1 P.
<p>Wie gross ist sie, verglichen mit der Arbeit, die Urs täglich beim Hochsteigen im Turm (ebenfalls 30 m) vollbringt? Er wiegt $m_U = 50 \text{ kg}$. (Verhältnis ausrechnen!)</p> $\frac{W_U}{W_G} = \frac{m_U gh}{m_G gh} = \frac{m_U}{m_G} = \frac{5}{2}$	alg. 1 P. num. 1 P.
<p>Welche Leistung erbringt Urs, wenn er für das Hochkurbeln des Steins genau fünf Minuten braucht?</p> $P_G = \frac{W_G}{t} = \frac{m_G gh}{t} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 30 \text{ m}}{300 \text{ s}} = 19.62 \frac{\text{N m}}{\text{s}} = \underline{\underline{20 \text{ W}}}$	alg. 1 P. num. 1 P.
<p>Welche Leistung erfordert der Betrieb der Uhr?</p> $P_G = \frac{W_G}{T} = \frac{m_G gh}{T} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 30 \text{ m}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 6.8125 \cdot 10^{-2} \text{ N} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{68 \text{ mW}}}$	alg. 1 P. num. 1 P.

Aufgabe 2	
Pingpongball (Grundlagen, Mechanik, Gasgesetze)	12 Punkte
Ein Pingpongball wiegt 2.70 g und hat einen Durchmesser von $D = 40.0 \text{ mm}$. Die Kunststoffhülle hat eine durchschnittliche Dicke von $d = 0.37 \text{ mm}$.	
<p>Wie gross ist die Masse m_L der im Ball eingeschlossenen Luft? Luftdichte: $\rho_L = 1.28 \text{ kg/m}^3$</p> $D_{\text{Luft}} = D_{\text{Ball}} - 2d$ $m_L = \rho_L \frac{\pi}{6} D_L^3 = \rho_L \frac{\pi}{6} (D_{\text{Ball}} - 2d)^3$ $= 1.28 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\pi}{6} (40 \text{ mm} - 2 \cdot 0.37 \text{ mm})^3 = 4.0556 \cdot 10^{-5} \text{ kg} = \underline{\underline{41 \text{ mg}}}$	alg. 2 P. num. 1 P.

Berechnen Sie die Dichte des Materials der Ballhülle. (Die Luftmasse im Ball soll hier vernachlässigt werden)

$$\rho = \frac{m}{V} \cong \frac{m}{Od} = \frac{m}{\pi D^2 d} = \frac{2.7 \text{ g}}{\pi (40 \text{ mm})^2 0.37 \text{ mm}}$$

$$= 1451.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \underline{\underline{1.5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}$$

Das Volumen kann hier in guter Näherungen als Oberfläche mal Dicke geschrieben werden, da die Schichtdicke sehr klein gegenüber dem Kugeldurchmesser ist.

Die exakte Lösung als Differenz zweier Kugelvolumina ergibt auch kein anderes Ergebnis und ist deutlich aufwändiger.

alg.
2 P.

num.
1 P.

Zeigt die Waage mit 2.70 g die Masse der Hülle allein an, oder ist es die Masse von Hülle und eingeschlossener Luft? Begründen Sie Ihre Antwort! Annahme: Gleiche Luftdichte im Ball und ausserhalb.

Der Auftrieb entspricht dem Gewicht der verdrängten Luft.

Die Kugel verdrängt, von der zu vernachlässigenden Plastiksicht abgesehen, genau soviel Luft, wie in ihr enthalten ist.

Damit kompensieren sich Auftrieb und Gewicht praktisch vollständig.

Die Waage zeigt also die Masse der Hülle allein an.

3 P.

Der Ball fällt zu Boden und jemand steht drauf. Dabei wird die Kugel so deformiert, dass das Innenvolumen um 38 % vermindert wird.

Wie ändert sich der Innendruck, falls die Hülle dicht ist und die Temperatur sich nicht ändert? (Verhältnis ausrechnen und Zu- oder Abnahme in Prozent angeben!)

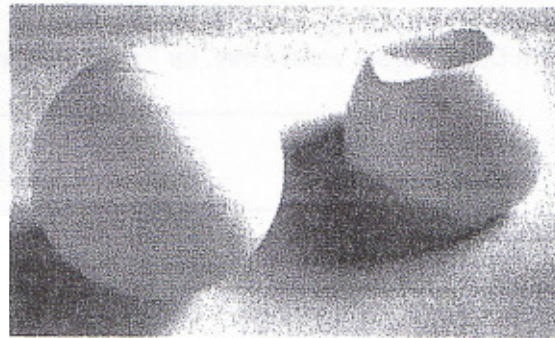
$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{0.62 V_1}$$

$$p_2 = \frac{p_1}{0.62} = 1.61 p_1$$

Der Druck nimmt also um 61% zu.



alg.
2 P.

num.
1 P.

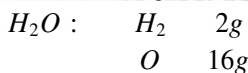
Aufgabe 3

Zerlegung von Wasser (Chemie, Wärmelehre)

8 Punkte

900 Gramm reines Wasser werden durch Elektrolyse in seine Bestandteile zerlegt. Das entstandene Wasserstoffgas wird in einen vorher evakuierten Behälter von genau einem Kubikmeter Inhalt geleitet.

Wie gross ist die Masse des im Wasser enthaltenen Wasserstoffs?
Nur numerisches (aber begründetes) Resultat.



Die Massenanteile von H_2 und O verhalten sich also wie 1:8, d.h. Wasserstoff macht also 1/9 der Gesamtmasse aus :

$$m_{H_2} = \frac{1}{9} 900 \text{ g} = 100 \text{ g}$$

2 P.

Welcher Druck stellt sich im Behälter ein, wenn die Temperatur 27°C beträgt?
Übernehmen Sie die Wasserstoffmasse aus der vorhergehenden Teilaufgabe als gegebene Grösse.

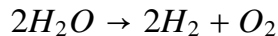
$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{\frac{m}{M_r}RT}{V} = \frac{mRT}{M_r V} = \frac{100 \text{ g} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 300.15 \text{ K}}{2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 1 \text{ m}^3}$$

$$= 1.2471 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m s}^2} = \underline{\underline{1.2 \text{ bar}}}$$

alg.
2 P.
num.
2 P.

Wie gross wäre der Druck, wenn man anstelle des Wasserstoffs den Sauerstoff im Behälter auffangen würde? Als Vielfaches oder Bruchteil des vorhergehenden Resultates ausdrücken. Nur numerisch, aber mit Begründung.



Pro 2mol H₂ entsteht also 1mol O₂.

In der obigen Rechnung wurden 50mol H₂ aufgefangen, bei O₂ wären es also 25mol.

Entsprechend ist der Druck nur halb so gross.

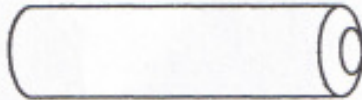
2

Aufgabe 4

Energiespeicherung (Elektrizität, Grundlagen)

10 Punkte

Eine aufladbare Batterie (Akku) hat eine Spannung von 1.2 V. Sie ist zylindrisch mit einer Länge von 48 mm und einem Durchmesser von 14 mm. Ihr Fassungsvermögen beträgt $K = 2500 \text{ mAh}$. $=Q$:
Ladung



Wie gross ist die in der voll geladenen Batterie gespeicherte Energie?

$$E = QU = KU = 2500 \text{ mA h} \cdot 1.2 \text{ V}$$

$$= 10800.0 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \underline{\underline{11 \text{ kJ}}}$$

alg.
1 P.
num.
1 P.

Wie gross ist die Energiedichte (Energie pro Volumen) in der voll geladenen Batterie?

$$w = \frac{E}{V} = \frac{KU}{Al} = \frac{KU}{\frac{\pi}{4}d^2l} = \frac{4KU}{\pi d^2l} = \frac{4 \cdot 2500 \text{ mA h} \cdot 1.2 \text{ V}}{\pi (14 \text{ mm})^2 \cdot 48 \text{ mm}}$$

$$= \frac{1.4616 \times 10^9}{\text{m s}^2} \text{ kg} = 1.4616 \cdot 10^9 \text{ J} = \underline{\underline{1.5 \frac{\text{GJ}}{\text{m}^3}}}$$

alg.
2 P.
num.
2 P.

Zum Vergleich: Wie gross ist die Energiedichte von Ethylalkohol? Der Heizwert von Ethylalkohol ist $H_E = 27 \text{ MJ/kg}$, die Dichte $\rho_E = 0.79 \text{ g/cm}^3$.

$$w = \frac{E}{V} = \frac{mH}{\frac{m}{\rho}} = H\rho = 27 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \cdot 0.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$= \frac{2.133 \times 10^{10}}{\text{m s}^2} \text{ kg} = 2.133 \cdot 10^{10} \text{ J} = \underline{\underline{21 \frac{\text{GJ}}{\text{m}^3}}}$$

alg.
2 P.
num.
2 P.

Aufgabe 5

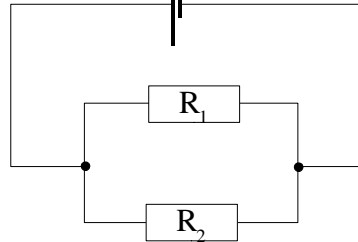
Parallel- und Serieschaltung (Elektrizität)

5 Punkte

Sara braucht für eine elektronische Schaltung einen Widerstand von $110\ \Omega$. Sie hat einen grossen Vorrat an verschiedenen Widerständen, es fehlen ihr aber $110\text{-}\Omega$ -Widerstände. Um $110\ \Omega$ zu erhalten, nimmt sie einen $120\text{-}\Omega$ -Widerstand und schaltet einen weiteren Widerstand dazu.

Muss sie diesen parallel oder in Serie dazuschalten? Skizzieren Sie die Schaltung mit korrekten Symbolen und begründen Sie!

Es muss eine Parallelschaltung sein, da in einer solchen Schaltung der Gesamtwiderstand kleiner als jeder der beteiligten Widerstände ist.



2 P.

Wie gross muss der zusätzliche Widerstand sein?

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}} = \frac{RR_1}{R_1 - R} = \frac{110\ \Omega \cdot 120\ \Omega}{120\ \Omega - 110\ \Omega} = 1320.0\ \Omega = \underline{\underline{1.32\ \text{k}\Omega}}$$

alg.
2 P.

num.
1 P.

Aufgabe 6

Fotosynthese (Wärmeenergie, Biologie)

5 Punkte

Auf einem Waldstück von $100\ \text{m}^2$ stehen Bäume, die alle gleichzeitig gepflanzt worden sind. Würde man den ganzen Baumbestand fällen und das Holz trocknen, so würden sich 10 Tonnen Holz mit einem Heizwert von $16\ \text{MJ/kg}$ ergeben. Die so gespeicherte Energie rührt von der Sonnenbestrahlung her, von der die Bäume durch Fotosynthese $1.0\ \%$ in Biomasse (Brennholz) einbauen konnten.

Wie lange hätte die Sonne mit einer konstanten Intensität $I = 1.0\ \text{kW/m}^2$ auf das Waldstück scheinen müssen, um die $10\ \text{t}$ Biomasse mit dem genannten Heizwert zu liefern?

$$E = mH = \eta Pt = \eta IAt$$

$$t = \frac{mH}{\eta I A} = \frac{10000\ \text{kg} \cdot 16 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}}{0.01 \cdot 1 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \cdot 100\ \text{m}^2} = 1.6 \times 10^8\ \text{s} = \underline{\underline{5.1\ \text{a}}}$$

alg.
2 P.

num.
2 P.

Wie viele Jahre alt ist der Baumbestand etwa, wenn wir annehmen, dass die mittlere Strahlungsintensität nur etwa ein Zwanzigstel der oben genannten Intensität ist? (numerische, begründete Schätzung)

$$I' = \frac{1}{20} I$$

$$t' = \frac{mH}{\eta I' A} = \frac{mH}{\eta \frac{1}{20} I A} = 20 \frac{mH}{\eta I A} = 20t = \underline{\underline{101\ \text{a}}}$$

1 P.

Aufgabe 7

Regulation der Lichtmenge im Auge (Optik, Biologie)

4 Punkte

Die Iris des menschlichen Auges dient dazu, die eintretende Lichtmenge zu regulieren und den Beleuchtungsverhältnissen anzupassen. Damit kann aber nur ein kleiner Teil der ganzen Helligkeitsregulierung bewältigt werden.

Wie heisst der Vorgang zur Anpassung an die äusseren Lichtverhältnisse?

Adaption

1 P.

Welcher andere Mechanismus (ausser dem der Iris) dient ebenfalls der Anpassung an die Lichtverhältnisse?

Lidschluss

1 P.

Nehmen Sie an, die kreisförmige Irisöffnung könne ihren Durchmesser zwischen 2.5 mm und 7.8 mm variieren.

Welcher Variation des Lichteinfalls auf die Netzhaut entspricht dies? (Numerisch mit Begründung)

Lichteinfall ~ Fläche

$$I \sim A \sim d^2$$

$$V = \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{2.5 \text{ mm}}{7.8 \text{ mm}}\right)^2 = 0.10273 = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$$

2 P.

Die Iris kann den Lichteinfall im Verhältnis 1:10 variieren.

Aufgabe 8

Konstruktion einer Formel (Grundlagen)

5 Punkte

Die Schallgeschwindigkeit c in festen Stoffen ergibt sich aus der Dichte ρ des Stoffes und einer Grösse, die wir hier H nennen und welche in N/m^2 gemessen wird.

Finden Sie für die Schallgeschwindigkeit c eine Formel, welche die Grössen ρ und H so enthält, dass die Einheiten der Gleichung stimmen.

Es genügt nicht, eine fertige Formel hinzuschreiben. Herleitung und Überlegungen müssen ersichtlich sein.

$$[H] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{m}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \left[\frac{H}{\rho} \right] = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{m}}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = [v^2]$$

$$\underline{\underline{v = \sqrt{\frac{H}{\rho}}}}$$

3 P.

Aluminium hat ein H von 71 GN/m^2 und eine Dichte von 2.7 kg/dm^3 . Die Schallgeschwindigkeit in Aluminium beträgt 5110 m/s . Stimmt die von Ihnen aufgestellte Formel? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$v = \sqrt[2]{\frac{H}{\rho}} = \sqrt[2]{\frac{71 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2.7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}} = 5128.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{5.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Dies stimmt mit dem Tabellenwert (im Rahmen der Genauigkeit) sehr gut überein.

2 P.

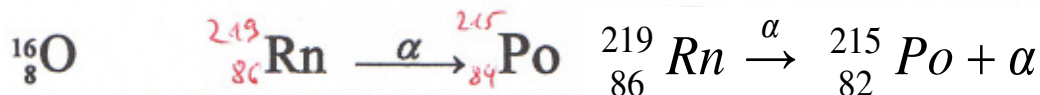
Aufgabe 9

Radon (moderne Physik, Wärmelehre)

10 Punkte

Radon (Rn) ist ein radioaktives Edelgas. Seine Ordnungszahl ist $Z = 86$. Das Radon-Isotop mit der Massenzahl $A = 219$ hat eine Halbwertszeit von 4.0 s (α -Zerfall). Das Folgeprodukt heisst Polonium (Po).

Setzen Sie gemäss dem Beispiel für Sauerstoff bei Radon und Polonium die richtigen Zahlen ein.



2 P.

Berechnen Sie algebraisch die Dichte eines idealen Gases, dessen Moleküle die Massenzahl A haben, als Funktion von Druck und Temperatur und wenden Sie die Formel numerisch für 27°C und 1.0 bar auf Radon an.

$$pV = nRT = \frac{m}{M_r} RT$$

$$I. \frac{m}{V} = \rho = \frac{M_r p}{RT}$$

$$m = nM_r = A n N_A \quad N = A n N_A$$

$$II. M_r = A N_A$$

II. in I. :

$$\frac{m}{V} = \rho = \frac{M_r p}{RT} = \frac{A N_A p}{RT} = \frac{N_{Au}}{R} \frac{p}{T} A$$

$$\rho = \frac{N_{Au}}{R} \frac{p}{T} A = \frac{6.022 \times 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}} \frac{1 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{300.15 \text{ K}} 219 = 8.7798 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \underline{\underline{8.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

alg.
3 P.

num.
2 P.

Wie viele Halbwertszeiten dauert es ungefähr, bis die verbleibende Radonmenge unter ein Prozent der ursprünglich vorhandenen Menge gesunken ist?

Im Kopf ausrechnen, aber begründen!

t/s	0	4	8	12	16	20	24	28
t/T _{1/2}	0	1	2	3	4	5	6	7
m/%	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,5625	0,78125

3 P.

Nach 28 Sekunden (7 Halbwertszeiten) ist die Menge des noch vorhandenen Radongases auf weniger als 1% gesunken ($1/2^7 = 1/128$).