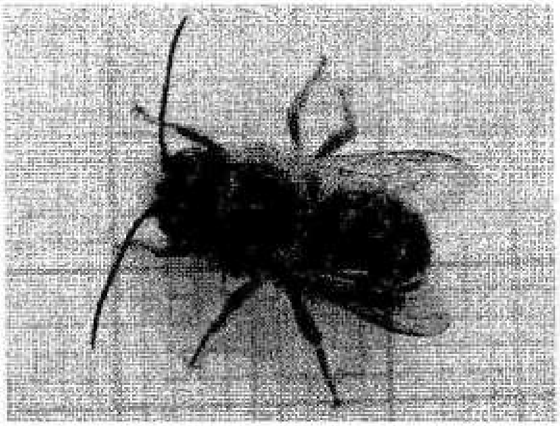
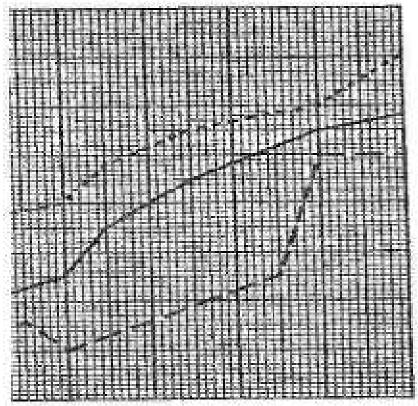
Aufgabe 1 (Grundlagen)

Wie viel wiegt eine Biene? — 5 Punkte

Die linke Abbildung zeigt eine Biene auf einem Stück Millimeterpapier.
Millimeterpapier ist Papier mit einer Millimeter-Einteilung (Abstand von Strich zu Strich = 1 mm).
Solches Papier wurde früher zur Darstellung von Grafiken verwendet (Abbildung rechts).





Schätzen Sie ab, wie viel eine Biene etwa wiegt. (Masse)
Ihre Abschätzung muss begründet sein!
Nehmen Sie an, das Insekt habe eine mittlere Dichte, welche der Dichte von Wasser entspricht.

Aus dem Originalfoto lässt sich entnehmen, dass die Biene etwa l=10mm lang und b=5mm breit ist. Schätzungsweise ist sie auch h=5mm hoch. Schätzt man den Körper der Biene grob nach oben als Quader ab, so ergibt sich ihr Volumen zu $V = l \cdot b \cdot h$

Ihre Masse ergibt sich aus der Dichte von Wasser und ihrem Volumen :

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot b \cdot h = 1\frac{mg}{mm^3} \cdot 10mm \cdot 5mm \cdot 5mm = 250mg$$

num. 3 P.

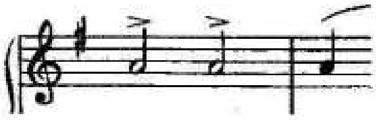
Ein Imker wägt einen Bienenschwarm. Der Schwarm wiegt netto 1.2 Kilogramm.
Wie viele Bienen enthält das Volk ungefähr?

M=1,2kg

$$N = \frac{M}{m} = \frac{1.2\,\text{kg}}{250\,\text{mg}} = 4800$$

num. 1 P.

Aus der Tonhöhe des Summens einer fliegenden Biene kann man auf die Frequenz der Flügelschläge schliessen. Ein Musiker hört bei einer Biene das eingestrichene a (a') und schliesst daraus, dass die Bienenflügel 440 Schwingungen pro Sekunde ausführen.
Wie lang dauert ein Flügelschlag? (zweckmässige Einheit verwenden!)



440 Schwingungen in einer Sekunde ($f = 440Hz$), also ein Flügelschlag

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{440\,\text{s}^{-1}} = 2{,}27\,\text{ms}$$

num. 1 P.

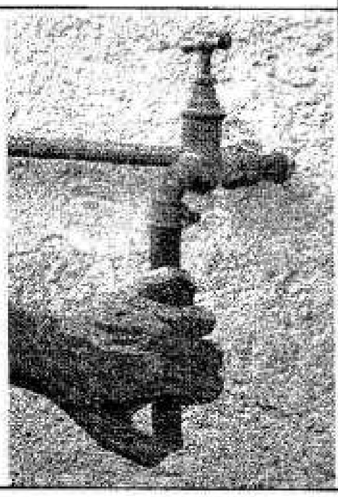
Aufgabe 2 (Hydrostatik, Grundlagen)

Wasserhahn

9 Punkte

Ein Wasserschlauch hat einen Innendurchmesser von $d = 12$ mm.

Mit wie viel Kraft muss ich bei geöffnetem Hahn die Mündung zuhalten, damit kein Wasser herausfliesst, wenn der Wasserdruck (Überdruck) 6.5 bar beträgt?



d=12mm, p=6,5bar

$$F = p \cdot A = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p = \frac{\pi}{4}(12 \cdot 10^{-3} m)^2 6.5 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 74N$$

alg. 2 P.

num. 1 P.

Nun lasse ich das Wasser ausströmen.
Wie gross ist die Strömungsgeschwindigkeit im Schlauch, wenn die Leitung pro Minute 15 Liter Wasser liefert? ($V/t = 15$ l/min)

$$R = \frac{V}{t} = 15\frac{l}{\text{min}}$$

$$R = \frac{V}{t} = \frac{A \cdot l}{t} = A \cdot v \Rightarrow v = \frac{R}{A} = \frac{R}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4R}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 15 \frac{10^{-3} m^3}{60 s}}{\pi\left(12 \cdot 10^{-3} m\right)^2} = 2.2\frac{m}{s}$$

alg. 2 P.

num. 1 P.

Wie gross ist die Gewichtskraft einer vollen 15-Liter-Giesskanne, wenn die Kanne leer 1.5 kg wiegt?
In dieser sehr einfachen Teilaufgabe geht es darum, sinnvolle Formelzeichen zu definieren und das Resultat algebraisch sauber zu formulieren!

Definition der verwendeten Formelzeichen:

Formelzeichen	für die Grösse (in Worten)
g	Schwerebeschleunigung
ρ	Dichte von Wasser
V	Volumen der Giesskanne
m_0	Masse der leeren Kanne
F_G	Gewichtskraft der gefüllten Kanne

1 P.

Algebraisches Resultat:

$$F_G = g(m + m_0) = g(\rho \cdot V + m_0)$$

alg. 1 P.

Numerisches Resultat:

$$F_G = 9.81\frac{N}{kg}\left(1\frac{kg}{dm^3}15dm^3 + 1.5kg\right) = 161.87N = 1.6 \cdot 10^2 N$$

num. 1 P.

Aufgabe 3 (Kinematik)	
Skispringen	3 Punkte

Laut Tages-Anzeiger vom 30. April 2007 soll der Skispringer Simon Amman an einem Anlass an der ETH folgendes gesagt haben: „... Das ist, wie wenn man mit dem Velo einen steilen Berg hinunterfährt und in zwei Sekunden von 0 auf 100 beschleunigt." [Gemeint sind km/h, Anmerkung des Aufgabenstellers]

Warum ist diese Aussage physikalisch nicht sinnvoll?
Begründen Sie algebraisch, numerisch und in Worten.

In zwei Sekunden von 0 auf 100km/h zu entspricht einer Beschleunigung von :

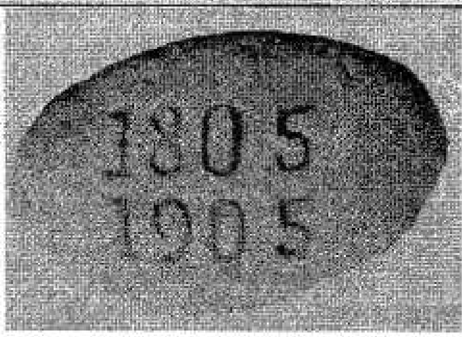
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100\frac{km}{h}}{2s} = 13.9\frac{m}{s^2} = 14\frac{m}{s^2}$

Beim Skispringen wird der Springer allein durch sein Körpergewicht beschleunigt (also maximal mit $g = 9,81\frac{m}{s^2}$). Da er auf einer schiefen Ebene steht und noch durch die Reibung (Ski und Luft) gebremst wird, dürfte er in der Praxis bestenfalls mit g/2, also 5m/s^2 beschleunigen. Dies ist viel geringer als die angesprochenen 14m/s^2. 3 P.

Auch ohne Reibung wird die Hangabtriebskraft einer schiefen Ebene von z.B. 60° gerade $F_H = F_G \cdot \sin\alpha = F_G \cdot \sin 60°$, bzw. die Beschleunigung : $a = \frac{F_H}{g} = g\sin 60° = 7,8\frac{m}{s^2}$ sein. Also bereits 20% weniger.

Aufgabe 4 (Grundlagen)	
Unspunnen	7 Punkte

Das Unspunnenfest ist ein traditionelles Volksfest, an dem der 83.5 kg schwere Unspunnenstein von kräftigen Männern hochgehoben und möglichst weit geworfen wird. Ein Souvenirhändler in Interlaken will anlässlich dieses Festes kleine Unspunnensteine als Andenken anbieten. Sie sollen ein verkleinertes getreues Abbild des Original-Unspunnensteins sein, aus dem gleichen Material (Granit) bestehen und tausendmal weniger wiegen als das Original.
Als Länge des Original-Steins nehmen wir 450 mm an.



Wie lang werden die „Souvenirsteine"?
Überlegen Sie, was bei einer Verkleinerung der Länge unter Beibehaltung der Proportionen mit Breite und Höhe passiert. Sie können für Ihre Überlegung den „unförmigen" Stein durch einen Quader ersetzen.

Bei gleichem Material, also gleiche Dichte, ist die Masse (Gewicht) eines Objekts proportional zu seinem Volumen. Bei einer massstäblichen Abbildung mit dem Faktor k werden Flächen mit k^2 und Volumen mit k^3 verändert.
Soll das Volumen also auf ein Tausendstel abnehmen, so ist $k^3 = \frac{1}{1000}$, also $k = \frac{1}{10}$.
Die Länge des Steins muss also auf 45mm verkleinert werden. num. 3 P.
Die Detailrechnung für den Quader sähe so aus :

$$m_{Souvenir} = \frac{1}{1000}m$$
$$V_{Souvenir} \cdot \rho = \frac{1}{1000}V \cdot \rho$$
$$a^3_{Souvenir} = \frac{1}{1000}a^3$$
$$a_{Souvenir} = \frac{1}{10}a$$

Nun will der Händler 83.5 g schwere „Steine" aus Schokolade herstellen lassen. Werden diese grösser oder kleiner als die Souvenirsteine aus Granit? $\boxed{\text{grösser}}$ kleiner Zutreffendes einrahmen, begründen. Da die Dichte von Schokolade kleiner ist, als die von Granit, muss das Volumen als Ausgleich **grösser** sein, um auf die gleich Masse zu kommen.	1 P.	
Wie lang werden sie sein? Dichte von Schokolade: 1.2 g/cm³, Dichte von Stein (Granit) 3.6 /cm³. $\rho_S = 1.2\frac{g}{cm^3}$, $\rho_G = 3.6\frac{g}{cm^3}$ Da die Volumina sich bei gleicher Masse genau umgekehrt wie die Dichten verhalten, müssen die Schokosteine das dreifache (3.6/1.2) Volumen aufweisen. Für die Länge bedeutet dies, das sie um den Faktor $\sqrt[3]{3} = 1.4422$ wachsen muss. Also auf $65mm$	alg. 2 P. num. 1 P.	

Aufgabe 5 (Elektrizität)		
Beleuchtung	6 Punkte	
Eine normale Glühbirne von 60 Watt hat eine Lebensdauer von 1000 h. Die Lebensdauer einer gleich hellen Stromsparlampe (12 W) beträgt 8000 h.		
Berechnen Sie <u>algebraisch</u> die in der ganzen Lebenszeit einer Lampe umgesetzte elektrische Energie. $E = P \cdot t$ Wie viel ergibt das <u>numerisch</u> für jede der beiden Lampenarten? Angabe in der Grundeinheit und in Kilowattstunden. $E_{Glühbirne} = 60W \cdot 1000h = 60kWh = 0.22GJ$ $E_{Sparlampe} = 12W \cdot 8000h = 96kWh = 3.5GJ$	alg. 1 P. num. 2 P.	
Wie gross sind die Stromstärken in den beiden Lampentypen? Beide werden mit Netzspannung betrieben. $P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U}$ $I_G = \frac{60W}{230V} = 0.26A$ $I_S = \frac{12W}{230V} = 0.052A$	alg. 1 P. num. 2 P.	

Aufgabe 6 (Wärmelehre, moderne Physik)

Energiedichte	8 Punkte
Unter Energiedichte E/V verstehen wir die pro Volumeneinheit enthaltene Energie. Es gilt also: $[E/V]$ = J/m³.	

Berechnen Sie E/V für Ethylalkohol (Dichte: ρ_E = 0.79 kg/dm³, Heizwert: H_E = 27 MJ/kg).

$$e_{Ethylalkohl} = \frac{E}{V} = \frac{m \cdot H_E}{\frac{m}{\rho_E}} = \rho_E \cdot H_E$$

$$e_{Ethylalkohl} = 0.79 \frac{kg}{dm^3} \cdot 27 \cdot 10^6 \frac{J}{kg} = 2.133 \cdot 10^7 \frac{J}{dm^3} = 2.1 \cdot 10^{10} \frac{J}{m^3}$$

alg. 2 P.

num. 1 P.

Laut Einsteins berühmter Formel $E = m \cdot c^2$ ist es unter bestimmten Umständen möglich, Masse in Energie umzuwandeln.
Berechnen Sie nun die Energiedichte für Ethylalkohol, indem Sie annehmen, die Masse könne vollkommen in Energie umgewandelt werden.

$$e_{Ethylalkohol,\text{Einstein}} = \frac{mc^2}{V} = \frac{mc^2}{\frac{m}{\rho_E}} = \rho_E c^2$$

$$e_{Ethylalkohol,\text{Einstein}} = 0.79 \frac{kg}{10^{-3} m^3} (3 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2 = 7.11 \cdot 10^{19} \frac{kg}{ms^2} = 7.1 \cdot 10^{19} \frac{J}{m^3}$$

alg. 2 P.

num. 1 P.

Vergleichen Sie die Resultate der beiden Teilaufgaben! (Quotient ausrechnen!)

$$q = \frac{e_{Ethylalkohol,\text{Einstein}}}{e_{Ethylalkohl}} = \frac{\rho_E c^2}{\rho_E \cdot H_E} = \frac{c^2}{H_E} = \frac{(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2}{27 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}} = 3.3 \cdot 10^9$$

Die vollständige Massenumsetzung würde also mehr als 3 Milliarden mal so viel Energie liefern, wie die Verbrennung.

num. 2 P.

Aufgabe 7 (Mechanik)

Weitwurf	7 Punkte

Die Formel für die Wurfweite s beim schiefen Wurf lautet: $s = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

Dabei ist v_o die Abwurfgeschwindigkeit, g die Schwerebeschleunigung und α der Abwurfwinkel. In Basel ist g = 9.80761 m/s², in Interlaken 9.80505 m/s². Die Formel vernachlässigt den Luftwiderstand. Ausserdem wird angenommen, dass ab Bodenhöhe geworfen wird.

Angenommen, ein Hammerwerfer wirft in Basel 80.00 m weit.
Wie weit würde er laut obiger Formel in Interlaken bei gleichem v_o und α werfen?

Die Wurfweite ist indirekt proportional zu g. Da $\frac{g_{Basel}}{g_{Interlaken}} = \frac{9.80761}{9.80505} = 1.0003$ ist wird er in Interlaken $80m \cdot 1.0003 = 80.024m$ weit werfen. Oder :

$$\frac{s_{Interlaken}}{s_{Basel}} = \frac{\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g_{Interlaken}}}{\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g_{Basel}}} = \frac{g_{Basel}}{g_{Interlaken}} \Rightarrow s_{Interlaken} = \frac{g_{Basel}}{g_{Interlaken}} s_{Basel} = 80.024m$$

alg. 2 P.

num. 1 P.

Müsste er in Basel bei gleichem Abwurfwinkel mit grösserer oder kleinerer Geschwindigkeit werfen, um auf die gleiche Weite wie in Interlaken zu kommen? Begründen!

Da die Wurfweite (quadratisch) mit der Abwurfgeschwindigkeit wächst und er in Basel aufgrund des höheren g kürzer werfen würde, müsste er bei gleichem Abwurfwinkel mit einer grösseren Geschwindigkeit werden.

2 P.

Ist die Ortsabhängigkeit der Schwerebeschleunigung ein Faktor, der bei Sportanlässen wirklich berücksichtigt werden muss?
Argumentieren Sie!

Für den einzelnen Wettkampf spielt es gar keine Rolle, da sich ja alle Sportler am selben Ort befinden und somit g für alle gleich ist.
Müssen sich Sportler hingegen für einen internationalen Wettkampf qualifizieren und erreichen unterschiedliche Weiten an unterschiedlichen Orten, so müsste die oben festgestellte Abweichung von einigen Zentimetern eigentlich berücksichtigt werden, falls ein Sportler aufgrund dieser fehlenden Zentimeter hinter einem anderen zurückstehen müsste, der seine Weite bei kleinerem g erzielt hatte.
Auch bei der Feststellung von Weltrekorden wäre es eigentlich nur fair, diese unterschiedlichen Bedingungen zu berücksichtigen

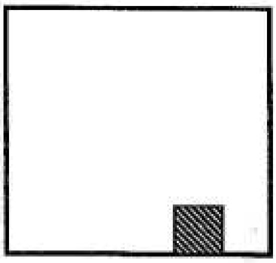
2 P.

Aufgabe 8 (Wärmelehre)

Verbrennung von Kohle

5 Punkte

Ein geschlossener Behälter von genau einem Kubikmeter Inhalt enthält 96 g Sauerstoffgas.
Die Gastemperatur ist gleich der Aussentemperatur.
Ausserdem befindet sich im Behälter ein Körper aus reinem Kohlenstoff. Er ist gerade so gross, dass der vorhandene Sauerstoff reicht, um ihn vollständig zu CO_2 zu verbrennen.



Um wie viele Gramm Kohlenstoff handelt es sich? Begründen!

$m_{O_2} = 96g$, da $M_{O_2} = 32g$ handelt es sich also um 3mol Sauerstoff.
Da ein Mol Sauerstoff mit einem Mol Kohlenstoff zu Kohlendioxid reagiert, sind es auch 3mol Kohlenstoff. Mit $M_C = 12g$ also 36g Kohlenstoff.

2 P.

Ist die Behauptung richtig, dass das Volumen des Kohlenstoffkörpers verglichen mit dem Behältervolumen vernachlässigbar klein ist? (Dichte von Kohlenstoff: etwa 2.5 g/cm^3)
Numerisch begründen!

$\rho_C = 2.5g/cm^3$

$V_C = \frac{m_C}{\rho_C} = \frac{12g}{2.5\frac{g}{cm^3}} = 4.8cm^3$

Das Volumen $5cm^3$ des Kohlenstoffs ist also wirklich gegen das Volumen des Behälters von einer Millionen Kubikzentimetern zu vernachlässigen.

1 P.

Nun wird der Kohlenstoff durch eine elektrische Vorrichtung entzündet. Er verbrennt vollständig zu CO_2. Nachher wartet man ab, bis sich die Temperatur im Innern des Behälters wieder der Aussentemperatur angepasst hat.
Wie gross ist nun der Druck des im Behälter vorhandenen CO_2 im Vergleich zum Druck, der vor der Verbrennung im Behälter herrschte?
Sie dürfen Sauerstoff und Kohlendioxid als ideale Gase betrachten.

Begründung in Worten!

Vor der Verbrennung enthielt der Behälter 3mol Sauerstoff, danach 3mol CO_2.
An der Anzahl Mol hat sich also nichts geändert. Bei gleicher Temperatur und Volumen muss auch der Druck gleich sein :

$p = \frac{nRT}{V}$

2 P.

Aufgabe 9 (Atomphysik)	
Radioaktivität	7 Punkte
Das für Alterbestimmungen bei organischen Substanzen wichtige Kohlenstoff-Isotop ^{14}C ist ein Betastrahler (β^-) und hat eine Halbwertszeit von $5.7 \cdot 10^3$ Jahren.	

Wie heisst das als Zerfallsprodukt entstehende Element?

Name des Elements: $^{14}_{6}C \xrightarrow{\beta^-} {}^{14}_{7}N + \beta^-$ — ½ P.

Symbol nach folgendem Muster $^A_Z E$: N : Stickstoff — ½ P.

Angenommen, ein Saurierskelett sei 57 Millionen Jahre alt: Welcher Bruchteil der zum Todeszeitpunkt vorhandenen Menge ^{14}C ist heute noch vorhanden?
Falls das Resultat wenig Sinn macht oder Ihnen das Ausrechnen Schwierigkeiten bereitet:
Bleibt von ursprünglich einem Mol ^{14}C nach so langer Zeit überhaupt noch etwas übrig?
Begründung:

$\frac{t}{T_{1/2}} = \frac{57 \cdot 10^6 a}{5.7 \cdot 10^3 a} = 10^4$

Es sind also 10000 Halbwertszeiten vergangen. 10000mal wurde die anfänglich vorhanden Menge halbiert, es ist als noch ein Bruchteil $1 : 2^{10000} = 1 : 2 \cdot 10^{3010}$ übrig. D.h. nichts, bzw. genauer gesagt, die Wahrscheinlichkeit, dass auch nur noch ein einziges ^{14}C Atom übrig ist, ist sehr, sehr, sehr klein. — 4 P.

Ziehen Sie daraus einen Schluss, für was für Zeiträume die ^{14}C-Methode angewendet werden kann.
Nehmen Sie an, dass eine Altersbestimmung möglich ist, wenn noch mindestens 1 Promille der ursprünglich vorhandenen Aktivität vorhanden ist.

Damit noch 1 Promille, also ein Tausendstel der Anfangsaktivität vorhanden ist, darf 2^n nicht kleiner werden also 1000.
Da $2^{10} = 1024$ wäre die maximale Anzahl abgelaufener Halbwertszeiten gerade bei 10 anzusetzen.
Das sind also 57000 Jahre. — 2 P.

Aufgabe 10 (Licht)

Brillenträger	4 Punkte

Ich stehe zwei Brillenträgern gegenüber. Beide tragen starke Brillen. Die eine Person ist kurz-, die andere weitsichtig.
Die Augen von Frau A sehe ich hinter den Brillengläsern vergrössert, die Augen von Herrn B verkleinert.

Zutreffendes einrahmen!	Begründung:	
Sammellinsen braucht es zur Korrektur von Kurzsichtigkeit $\boxed{\text{Weitsichtigkeit}}$ Zerstreuungslinsen braucht es zur Korrektur von $\boxed{\text{Kurzsichtigkeit}}$ Weitsichtigkeit		2 P.

Bei der Weitsichtigkeit kann die Linse beim Versuch nahe Objekte scharf zu stellen nicht genügend gekrümmt werden. Die Strahlen treffen sich hinter der Netzhaut (Augapfel zu kurz). Um den Brennpunkt weiter nach vorne zu verlegen (die Brennweite zu verkleinern) wird eine Sammellinse vor die Augenlinse gesetzt.
Bei der Kurzsichtigkeit ist die Linse auch im entspannten Zustand (beim Blick in die Ferne) zu stark gekrümmt. Die Strahlen treffen sich vor der Netzhaut (Auge zu lang). Dem wird abgeholfen, indem der Strahl durch eine Zersteuungslinse aufgeweitet wird, somit die Brennweite zunimmt und der Brennpunkt nach hinten wandert.

Zutreffendes einrahmen!	Begründung:	
Frau A ist kurzsichtig $\boxed{\text{weitsichtig}}$ Herr B ist $\boxed{\text{kurzsichtig}}$ weitsichtig		2 P.

Sammellinsen sind Lupen; für das menschliche Auge vergrößern sie Objekte, die ihnen näher sind als ihre Brennweite (virtuelle, aufrechte Bilder). Sieht man also die Augen einer Person durch deren Brille vergrößert, so trägt sie eine Sammellinse, ist also weitsichtig (Frau A).
Umgekehrt verhält es sich mit Zerstreuungslinsen, die verkleinern (Herr B).