

Aufgabe 1 (Grundlagen)	
Saharastaub	12 Punkte
<p>Bei bestimmten Wetterlagen kommt es vor, dass grosse Mengen von feinem Sand durch den Wind aus der Sahara in unsere Gegenden verfrachtet werden. Niederschläge waschen das Pulver aus und nach dem Trocknen bleibt rötlicher Staub zurück. Im Frühjahr 2008 wurde einmal eine Staubkonzentration von 180 Mikrogramm pro Kubikmeter Luft gemessen (<math>K = 180 \mu\text{g}/\text{m}^3</math>).</p>	
<p>Wie viel wiegt ein einzelnes Sandkorn? (in Gramm mit geeignetem Vorsatz) Annahme: Die Staubkörner sind kleine Würfel mit einer Kantenlänge von durchschnittlich <math>10 \mu\text{m}</math>. Die Dichte des Materials beträgt etwa <math>2.5 \text{ g}/\text{cm}^3</math>.</p> $m = \rho \cdot V = \rho \cdot a^3 = 2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot (10 \cdot 10^{-4} \text{ cm})^3 = 2.5 \times 10^{-9} \text{ g} = 2.5 \text{ ng}$	<p>alg. 2 P.</p> <p>num. 1 P.</p>
<p>Wie viele Sandkörner hatte es bei der oben genannten Staubkonzentration durchschnittlich in einem Kubikmeter Luft?</p> $N = \frac{M}{m} = \frac{K \cdot V}{m} = \frac{180 \cdot 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m}^3}{2.5 \cdot 10^{-9} \text{ g}} = 72000.0 = 72 \text{ Tausend}$	<p>alg. 2 P.</p> <p>num. 1 P.</p>
<p>Nehmen Sie nun an, dass sich der Staub einer <math>h = 10 \text{ km}</math> hohen Luftschicht gleichmässig verteilt auf dem Boden absetzt. (Staubkonzentration der Luft wie oben angegeben) Wie dick wäre diese Schicht? (<math>d = ?</math>)</p> $m_{\text{Luft}} = m_{\text{Schicht}}$ $K \cdot V_{\text{Luft}} = \rho \cdot V_{\text{Schicht}}$ $K \cdot H_{\text{Luft}} \cdot A = \rho \cdot h_{\text{Schicht}} \cdot A$ $h_{\text{Schicht}} = \frac{K}{\rho} H_{\text{Luft}} = \frac{180 \cdot 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{m}^3}}{2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} 10 \text{ km} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m} = 0,72 \mu\text{m}$	<p>alg. 4 P.</p> <p>num. 2 P.</p>

## Aufgabe 2 (Hydrostatik, Wärme)

Minergie	9 Punkte
<p>Ein Energiesparhaus („Minergiehaus“) hat in der Hausmitte einen Wassertank in der Form eines stehenden Zylinders von 500 cm Höhe und 120 cm Innendurchmesser. Er ist bis oben gefüllt und dient als Wärmespeicher für Heizung und Brauchwasser.</p>	
<p>Wie viele <u>Liter</u> Wasser haben im Zylinder Platz?</p> $V = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot (120 \text{ cm})^2 \cdot 500 \text{ cm} = 5.6549 \text{ m}^3 = 5,65 \cdot 10^3 \text{ l}$	alg. 1 P.  num. 1 P.
<p>Im Zylinderboden befindet sich eine runde, mit einem Deckel verschlossene Öffnung von 50 mm Durchmesser. Wie gross ist die durch den Wasserdruck auf diesen Deckel wirkende Kraft?</p> $F = p_s \cdot A = \rho_w \cdot g \cdot h \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (50 \text{ mm})^2 = 96.309 \text{ N} = 96 \text{ N}$	alg. 2 P.  num. 1 P.
<p>Wie lang müsste die Sonne mit <math>S = 800 \text{ W/m}^2</math> rechtwinklig auf eine Sonnenkollektorfläche von <math>16 \text{ m}^2</math> scheinen, um den Tankinhalt von <math>10^\circ\text{C}</math> auf <math>50^\circ\text{C}</math> zu erwärmen? (Wirkungsgrad: <math>\eta = 80\%</math>)</p>	alg. 3 P.  num. 1 P.



$$\begin{aligned}
 E &= Q \\
 P \cdot t &= c_w \cdot m \cdot \Delta T \\
 \eta \cdot S \cdot A \cdot t &= c_w \cdot \rho_w \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h \cdot \Delta T \\
 t &= \frac{c_w \cdot \rho_w \cdot \pi \cdot d^2 \cdot h \cdot \Delta T}{4 \cdot \eta \cdot S \cdot A} = \frac{4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \pi \cdot (120 \text{ cm})^2 \cdot 500 \text{ cm} \cdot (50 - 10) \text{ K}}{4 \cdot 0.8 \cdot 800 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 16 \text{ m}^2} = 92378. \text{ s} = 26 \text{ h}
 \end{aligned}$$

### Aufgabe 3 (Kinematik)

#### Ultraschall-Windmesser

8 Punkte

Um die Windgeschwindigkeit zu ermitteln, kann folgende Methode angewandt werden:

Ein kurzes Ultraschallsignal wird in Windrichtung von A nach B gesandt und die Zeit gemessen ( $t_{AB}$ ).

Dann wird ein Signal gegen die Windrichtung von B nach A gesandt und wiederum die Zeit gemessen ( $t_{BA}$ ).

Der Abstand AB beträgt  $d = 200 \text{ mm}$ .



Es weht ein kräftiger Wind. Eine Messung ergibt:  $t_{AB} = 590 \mu\text{s}$  und  $t_{BA} = 667 \mu\text{s}$ .

Welche Windgeschwindigkeit ergibt sich daraus? (in m/s und in km/h)

Hinweis: Betrachten Sie in der algebraischen Herleitung die Geschwindigkeit von Ultraschall in Luft als zweite Unbekannte und eliminieren Sie diese algebraisch.

$$\text{I. } v_{US} + v_W = \frac{d}{t_{AB}}$$

$$\text{II. } v_{US} - v_W = \frac{d}{t_{BA}}$$

$$\text{I.-II. : } v_W = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{t_{AB}} - \frac{d}{t_{BA}} \right) = \frac{t_{BA} - t_{AB}}{t_{AB} \cdot t_{BA}} \cdot \frac{d}{2} =$$

$$= \frac{667 \cdot 10^{-6} \text{ s} - 590 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{667 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot 590 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \cdot \frac{200 \text{ mm}}{2} = 19,566 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

alg.  
5 P.

num.  
3 P.

### Aufgabe 4 (Elektrizität)

#### Elektroheizung

13 Punkte

Herr Meier hat in seinem Garten ein Gewächshaus. Um dieses zu heizen, verwendet er einen Elektroofen, dessen Heizleistung bei Netzspannung (230 V) 920 Watt beträgt.

Wie gross ist der Ohmsche Widerstand des Elektroofens?

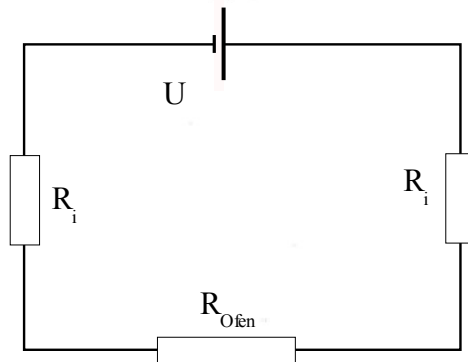
$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\text{ V})^2}{920\text{ W}} = 57,5\Omega$$

alg.  
2 P.  
num.  
1 P.

Da sich das Gewächshaus weit weg vom Haus befindet, muss der Ofen über ein langes Kabel angeschlossen werden. Hin- und Rückleitung haben je einen Widerstand von  $R_L = 500\text{ m}\Omega$ .

Zeichnen Sie das Schaltschema, bestehend aus Stromquelle (als Batterie zu zeichnen), Verbraucher (Ofen, als Widerstand zu zeichnen), Widerstand von Hin- und von Rückleitung.



4 P.

Wie gross ist die Stromstärke im Ofen mit und ohne Verwendung des Verlängerungskabels?

$$I_{Ohne} = \frac{P}{U} = \frac{920\text{ W}}{230\text{ V}} = 4,00\text{ A}$$

$$I_{mit} = \frac{U}{R_G} = \frac{U}{\frac{U^2}{P} + 2 \cdot R_i} = \frac{230\text{ V}}{57,5\Omega + 1\Omega} = 3,93\text{ A}$$

num.  
2 P.

Wie gross ist die Heizleistung im Ofen bei Verwendung des Verlängerungskabels?

$$P_{mit} = U \cdot I_{mit} = R \cdot I_{mit}^2 = \frac{U^2}{P_{ohne}} \cdot \left( \frac{U}{\frac{U^2}{P_{ohne}} + 2 \cdot R_i} \right)^2$$

$$= \frac{U^4 \cdot P_{ohne}}{(U^2 + 2 \cdot R_i \cdot P_{ohne})^2} = \frac{(230\text{ V})^4 \cdot 920\text{ W}}{((230\text{ V})^2 + 2 \cdot 0,5\Omega \cdot 920\text{ W})^2} = 889\text{ W}$$

num.  
4 P.

### Aufgabe 5 (Mechanik)

#### Längste Treppe der Welt

12 Punkte

Die Fluchttreppe der Standseilbahn Müllenen-Niesen ist die längste Treppe der Welt. Sie überwindet mit 11674 Stufen eine Höhendifferenz von 1642 Metern. Jedes Jahr findet der Niesen-Treppenlauf statt.

Die Rekordzeit betrug dieses Jahr:

- 1 Stunde 15 Minuten bei den Damen,
- 1 Stunde 4 Minuten bei den Herren.

Wir nehmen für die siegreiche Dame ein Gewicht von 55 kg, für den siegreichen Herrn ein Gewicht von 70 kg an.



Welche mittlere Leistung hat die Siegerin, welche der Sieger erbracht?

$$P_{\text{Sieger}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{70 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1642 \text{ m}}{64 \cdot 60 \text{ s}} = 293.64 \text{ W} = 294 \text{ W}$$

$$P_{\text{Siegerin}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{55 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1642 \text{ m}}{75 \cdot 60 \text{ s}} = 196.88 \text{ W} = 197 \text{ W}$$

alg.  
2P.

num.  
2 P.

Die horizontal (auf der Landkarte) gemessene Distanz Start-Ziel beträgt 3.0 km. Wie schnell hat sich der siegreiche Herr im Mittel bewegt?

$$v = \sqrt{v_{\text{senkrecht}}^2 + v_{\text{waagrecht}}^2} = \sqrt{\left(\frac{1642 \text{ m}}{3840 \text{ s}}\right)^2 + \left(\frac{3000 \text{ m}}{3840 \text{ s}}\right)^2} = 0.89062 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 89 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

alg.  
2P.

num.  
1P.

Wie viel Schokolade müsste die siegreiche Dame essen, um die zur Überwindung der Höhendifferenz aufgewendete Energie zu ersetzen, wenn wir mit einem Wirkungsgrad von 10% rechnen?

Nährwerte/valeurs nutritives/ valori nutritivi	
100 g enthalten/contiennent/contengono:	
Energiewert/valeur énergétique/ valore energetico	2310 kJ (553 kcal)
Eiweiß/protéines/proteine	8 g
Kohlenhydrate/glucides/carboidrati	30 g
Fett/lipides/grassi	45 g

$$e = 2310 \frac{\text{kJ}}{100 \text{ g}} = 23100 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$W = m \cdot g \cdot h = \eta \cdot e \cdot M$$

$$M = \frac{m \cdot g \cdot h}{\eta \cdot e} = \frac{55 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1642 \text{ m}}{0.1 \cdot 23100 \frac{\text{J}}{\text{g}}} = 0.38352 \text{ kg} = 384 \text{ g}$$

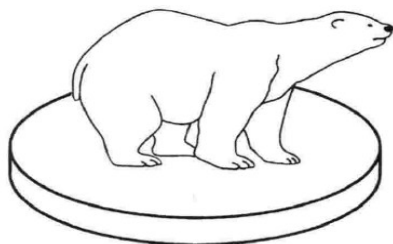
alg.  
3 P.

num.  
2 P.

### Aufgabe 6 (Auftrieb)

Eisbär in Not

8 Punkte



Ein 400 kg schwerer Eisbär steht auf einer Eisplatte, welche im Meer schwimmt. (Annahme: Fläche  $A = 15.0 \text{ m}^2$  und Dicke  $d$ )  
Die Eisplatte schwimmt gerade noch, d.h. wenn der Eisbär etwas schwerer wäre, würde sie ihn nicht mehr tragen.

Wie dick ist die Eisplatte?

(Dichte von Eis:  $0.92 \text{ kg/dm}^3$ , Dichte von Meerwasser:  $1.03 \text{ kg/dm}^3$ )

$$F_A = F_G$$

$$\rho_w \cdot V_{\text{Scholle}} \cdot g = m_{\text{Eisbär}} \cdot g + m_{\text{Scholle}} \cdot g$$

$$\rho_w \cdot A \cdot d = m_{\text{Eisbär}} + \rho_E \cdot A \cdot d$$

$$(\rho_w - \rho_E) \cdot A \cdot d = m_{\text{Eisbär}}$$

$$d = \frac{m_{\text{Eisbär}}}{(\rho_w - \rho_E) \cdot A} = \frac{400 \text{ kg}}{\left(1.03 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} - 0.92 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}\right) \cdot 15 \text{ m}^2} = 0.24242 \text{ m} = 24,2 \text{ cm}$$

alg.  
4 P.

num.  
4 P.

**Aufgabe 7 (Atomphysik, Gasgesetze)**

Alphastrahlung		7 Punkte
<p>Uran-238 ist ein Alphastrahler. Die ausgesandten <math>\alpha</math>-Teilchen fangen Elektronen ein, so dass elektrisch neutrale Helium-Atome entstehen.</p>		
<p>Wie gross ist die U-238-Masse, die zerfallen muss, damit 4.0 mg Heliumgas entstehen? Eine Zahl allein genügt nicht! Die Begründung Ihres Resultates kann aber in Worten erfolgen.</p> <p>Helium hat ein molares Gewicht von 4g. 4mg sind also 1/1000 mol. Es muss also auch 1/1000mol Uran zerfallen, um 4mg Heliumgas entstehen zu lassen. Bei einem molaren Gewicht von 238g sind das also 238mg.</p>		3 P.
<p>Welcher Druck stellt sich bei einer Temperatur von 27°C ein, wenn diesen vier Milligramm Heliumgas ein Behälter von 100 ml Inhalt zur Verfügung steht?</p> $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ $p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300.15 \text{ K}}{100 \text{ cm}^3} = 24942 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = 24942 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 25 \text{ kPa}$		alg. 2 P.
		num. 2 P.

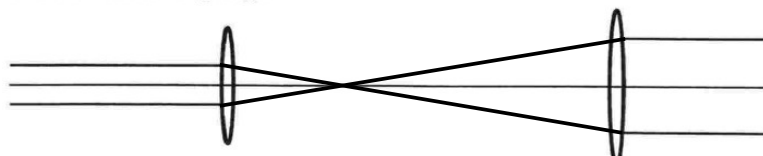
### Aufgabe 8 (Optik)

#### Strahlaufweitung

8 Punkte

Ein paralleles Strahlenbündel soll mit Hilfe zweier Sammellinsen auf doppelten Durchmesser aufgeweitet werden. Die linke Linse hat eine Brennweite von  $f_L = 50 \text{ mm}$ . Welche Brennweite muss die rechte Linse haben, und wo (Abstand  $s$  der beiden Linsen berechnen) muss sie stehen? Die numerischen Resultate müssen begründet sein.

Vervollständigen Sie den Strahlengang.



4 P.

Brennweite der rechten Linse:  $f_R = 2f_L = 100 \text{ mm}$

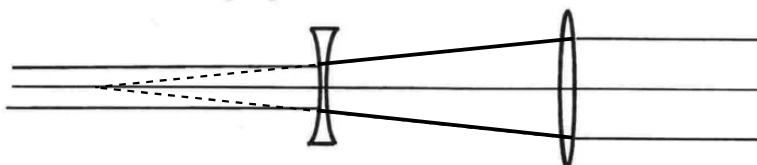
Abstand von Linse zu Linse:  $s = 3f_L = 150 \text{ mm}$

Damit die Strahlen die rechte Linse parallel verlassen können, müssen Sie aus dem Brennpunkt kommen. Dies muss zugleich der Brennpunkt der linken Linse sein, in dem sich die Parallelstrahlen sammeln.

Da der Durchmesser des austretenden Bündels doppelt so gross ist, wie der des eintretenden, sind auch die Dreiecke rechts vom gemeinsamen Brennpunkt doppelt so gross, wie links davon (Ähnlichkeit). Somit ist  $f_R = 2f_L$  und die Summe gleich  $3f_L$

Nun soll die Aufweitung mit einer Zerstreuungslinse von 50 mm Brennweite (physikalisch korrekt -50 mm) und einer Sammellinse erreicht werden. Wie gross muss die Brennweite der Sammellinse sein, und wo (Abstand  $s$  zwischen den Linsen berechnen) muss die Linse stehen? Die numerischen Resultate müssen begründet sein.

Vervollständigen Sie den Strahlengang.



4 P.

Brennweite der rechten Linse:  $f_R = 2f_L = 100 \text{ mm}$

Abstand von Linse zu Linse:  $s = f_L = 50 \text{ mm}$

Wieder entspricht der Brennpunkt der linken Linse dem Brennpunkt der rechten. Die Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt auch hier wieder ein Verhältnis von 2:1. Somit ist  $f_R = 2f_L$  nur das sich diesmal die

Werte für den Abstand nicht addieren, sondern (Vorzeichengemäß) subtrahieren, also ist der Abstand  $s = f_L$